

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Lineární funkce, rovnice a nerovnice

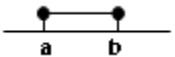
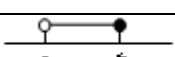
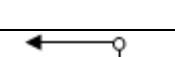
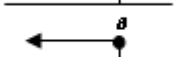
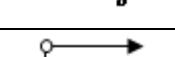
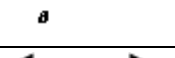
4 lineární nerovnice

4.1 ekvivalentní úpravy

- Při řešení lineárních nerovnic používáme ekvivalentní úpravy (tyto úpravy nijak neovlivní výsledek řešení).
- Jsou to především tyto úpravy:
 - Vzájemná výměna stran nerovnice se současnou změnou znaku nerovnosti v obrácený.
 - Přičtení (odečtení) stejného výrazu k oběma stranám rovnice, přitom znak nerovnosti se nemění.
 - Vynásobení (vydělení) obou stran nerovnice kladným číslem, přitom znak nerovnosti se nemění.
 - Vynásobení (vydělení) obou stran nerovnice záporným číslem, **přitom znak nerovnosti se změní** v obrácený.

!!! tyto úpravy provádíme vždy na obou stranách rovnice !!!

4.2 intervaly

Názvy intervalů	Označení	Zápis charakteristickou vlastností	Grafické znázornění na číselné ose
Uzavřený	$\langle a; b \rangle$	$a \leq x \leq b$	
Otevřený	$(a; b)$	$a < x < b$	
Zleva uzavřený Zprava otevřený	$\langle a; b)$	$a \leq x < b$	
Zleva otevřený Zprava uzavřený	$(a; b \rangle$	$a < x \leq b$	
Zleva neomezený s krajním bodem a	$(-\infty; a)$ $(-\infty; a \rangle$	$x < a$ $x \leq a$	 
Zprava neomezený s krajním bodem a	$(a; +\infty)$ $\langle a; +\infty)$	$x > a$ $x \geq a$	 
Oboustranně neomezený	$(-\infty; +\infty)$	$x \in \mathbb{R}$	



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4.3 lineární nerovnice

- Lineární nerovnice obsahují (po ekvivalentních úpravách) neznámou v první mocnině.
- Obsahují právě jednu neznámou (např. x , ...).
- Všechny nerovnice, které lze upravit na tvar $ax + b > 0$, resp. $ax + b < 0$, kde a , b jsou libovolná reálná čísla.
- Všechny nerovnice, které lze upravit na tvar $ax + b \geq 0$, resp. $ax + b \leq 0$, kde a , b jsou libovolná reálná čísla.
- Např. $2x + 3 \leq -6x + 2$ (lze upravit na tvar $8x + 1 \leq 0$).
- Řešením lineární nerovnice je interval, do kterého neznámá x náleží.

Postup řešení

1. Nejdříve upravíme lineární nerovnici (odstranění zlomku, roznásobení závorek,...)
2. Všechny výrazy, které obsahují neznámou, převedeme na jednu stranu nerovnice (např. x), zbytek (čísla) převedeme na druhou stranu (převádíme vždy s opačným znaménkem).
3. Neznámé na jedné straně sečteme (např. všechna x , která jsme převedli na jednu stranu, na této straně sečteme), čísla na druhé straně rovnice sečteme (odečteme).
4. Upravíme tak, aby na jedné straně zůstala pouze neznámá (většinou vydělíme obě strany rovnice číslem, které neznámou násobí). **!!! Pozor: při násobení (dělení) záporným číslem vždy zaměňujeme znaménko nerovnosti za obrácené !!!**
5. Znázorníme výsledek na číselné ose.
6. Zapišeme množinu kořenů rovnice (výsledek zapišeme jako interval).
7. Krajní body intervalu jsou součástí řešení v případě, že je v zadání neostrá nerovnost, tedy $\leq$, $\geq$.
8. Krajní body intervalu nejsou součástí řešení v případě, že je v zadání ostrá nerovnost, tedy $<$, $>$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešené úlohy

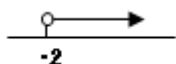
1. Řešte lineární nerovnici v množině reálných čísel $3x + 9 < 9x + 21$

$$3x + 9 < 9x + 21$$

$$3x - 9x < 21 - 9$$

$$-6x < 12 : (-6)$$

$$x > -2$$



$$x \in (-2; \infty); K = (-2; \infty)$$

- Všechny výrazy, které obsahují neznámou x převedeme na levou stranu, zbytek na pravou (od obou stran rovnice odečteme výraz $9x$ a číslo 9)
- Sečteme (odečteme) výrazy obsahující neznámou na levé straně a čísla na pravé straně.
- Obě strany nerovnice vydělíme číslem -6 (**protože dělíme výraz záporným číslem, musíme vyměnit znaménko nerovnosti za opačné**).
- Výsledek znázorníme na číselné ose.
- Zapišeme výsledek (množina všech kořenů je zprava neomezený interval).
- Číslo -2 není součástí řešení, protože v zadání je ostrá nerovnost $<$.

2. Řešte lineární nerovnici v množině reálných čísel $59 + 36x \leq 18x - 19$

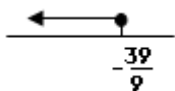
$$59 + 36x \leq 18x - 19$$

$$36x - 18x \leq -19 - 59$$

$$18x \leq -78 : (18)$$

$$x \leq -\frac{78}{18}$$

$$x \leq -\frac{39}{9}$$



$$x \in \left(-\infty; -\frac{39}{9}\right]$$

$$K \in \left(-\infty; -\frac{39}{9}\right]$$

- Všechny výrazy, které obsahují neznámou x převedeme na levou stranu, zbytek na pravou (od obou stran rovnice odečteme výraz $18x$ a číslo 59)
- Sečteme (odečteme) výrazy obsahující neznámou na levé straně a čísla na pravé straně.
- Obě strany rovnice vydělíme číslem 18 .
- Zlomek upravíme na základní tvar (zlomek krátíme číslem 2).
- Výsledek znázorníme na číselné ose.
- Zapišeme výsledek (množina všech kořenů je zleva neomezený, zprava uzavřený interval).
- Číslo $-\frac{39}{9}$ je součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost $\leq$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3. Řešte lineární nerovnici v množině reálných čísel $3(x+6)x - 18x \leq 3x^2 + 5$

$$3(x+6)x - 18x \leq 3x^2 + 5$$

$$3x^2 + 18x - 18x \leq 3x^2 + 5$$

$$0 \leq 5$$

$$x \in R, K = R$$

- Odstraníme závorku na levé straně nerovnice (musíme si uvědomit, že ji zleva násobí číslo 3 a zprava ji násobí neznámá x).
- Na levé straně odečteme výrazy $18x$, zároveň od obou stran rovnice odečteme výraz $3x^2$.
- Dospěli jsme k výsledku, který neobsahuje neznámou a je pravdivý, množinou kořenů jsou tedy všechna reálná čísla (tato nerovnost platí pro všechna reálná čísla).

4. Řešte lineární nerovnici v množině reálných čísel $-5 + 12x - x(6 + 3x) \cdot 2 > -6x(x + 8) + 48$

$$-5 + 12x - x(6 + 3x) \cdot 2 > -6x(x + 8) + 48$$

$$-5 + 12x - 12x - 6x^2 > -6x^2 - 48x + 48$$

$$-5 > 0$$

$$x \in \emptyset, K = \emptyset$$

- Na obou stranách rovnice roznásobíme závorky
- Upravíme nerovnici (sečteme výrazy obsahující druhé mocniny neznámých, neznámé a čísla).
- Tato nerovnost neobsahuje neznámou a není pravdivá, množinou kořenů je tedy prázdná množina (tato nerovnost neplatí pro žádné reálné číslo).

5. Řešte lineární nerovnici v množině reálných čísel $\frac{x+3}{3} + \frac{6-5x}{6} \geq \frac{15}{2} - \frac{x-1}{12}$

$$\frac{x+3}{3} + \frac{6-5x}{6} \geq \frac{15}{2} - \frac{x-1}{12} \cdot 12$$

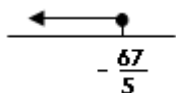
$$4(x+3) + 2(6-5x) \geq 6 \cdot 15 - (x-1)$$

$$4x + 12 + 12 - 10x \geq 90 - x + 1$$

$$-6x + 24 \geq 91 - x$$

$$-5x \geq 67 / : (-5)$$

$$x \leq -\frac{67}{5}$$



$$x \in \left(-\infty; -\frac{67}{5}\right], K = \left(-\infty; -\frac{67}{5}\right]$$

- Nejdříve odstraníme zlomky (všechny zlomky nerovnice vynásobíme nejmenším společným násobkem jmenovatelů, tedy číslem 12).
- Roznásobíme závorky.
- Upravíme levou a pravou stranu.
- Na levou stranu převedeme neznámou, na pravou stranu čísla.
- Obě strany nerovnice vydělíme číslem -5 (**pozor na změnu znaku nerovnosti**).
- Znázorníme na číselné ose.
- Zapišeme výsledek (množinou všech kořenů je zleva neomezený, zprava uzavřený interval).
- Číslo $-\frac{67}{5}$ je součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost $\geq$.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úlohy k procvičení

- $15x - 6 \geq 3x + 8$
- $2x - 18 < 5x + 15$
- $4(x + 5) - 2(6 + 3x) \geq 15x - 22(x - 1)$
- $5 + 4x(3x + 1) - 2(x - 12x^2) <$
 $< 2x(18x - 1) + 7$
- $3x + \frac{6 - 2x}{14} - \frac{3 - x}{7} < \frac{1}{2} + 3x$
- $\frac{5x - 8}{6} - \frac{1 + 3x}{9} > \frac{5 - 7x}{18} + \frac{3x - 1}{3}$
- $3(x + 6) - 5(3 - 2x) \geq 7(x + 2) - 2(5 - 3x)$
- $6x(x - 1) + 5 - 12x(x + 8) < -5 - 6x^2$
- $1 - 7(2x - 1) \leq 23 - (x - 6) - 6x$
- $5(7x + 12) > 7(12x - 5)$

Výsledky

- $\left[K = \left\langle \frac{7}{6}; \infty \right\rangle \right]$
- $[K = (11; \infty)]$
- $\left[K = \left\langle \frac{14}{15}; \infty \right\rangle \right]$
- $[K = R]$
- $[K = R]$
- $[K = (-\infty; -15)]$
- $[K = \emptyset]$
- $\left[K = \left(-\frac{43}{3}; \infty \right) \right]$
- $[K = \langle -3; \infty \rangle]$
- $\left[K = \left(-\infty; \frac{95}{49} \right) \right]$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4.4 lineární nerovnice v součinném tvaru

- Např. $(x-5)(x+2) \leq 0$

Postup řešení

1. Tento typ nerovnice řešíme metodou intervalů (metodou nulových bodů).
2. Nejprve určíme nulové body (jednotlivé závorky součinu položíme rovny nule). Počet nulových bodů je roven počtu závorek součinu.
3. Nulové body nanese na číselnou osu a zjistíme intervaly (nulové body rozdělí číselnou osu – množinu reálných čísel na jednotlivé intervaly).
4. Určíme hodnotu výrazu (znaménka plus nebo minus) v jednotlivých intervalech (buď pomocí tabulky, nebo přímo na číselné ose).
5. Množinou kořenů je interval (sjednocení intervalů), ve kterých se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání.
6. Nulové body jsou součástí řešení v případě, že je v zadání neostrá nerovnost, tedy $\leq$, $\geq$.
7. Nulové body nejsou součástí řešení v případě, že je v zadání ostrá nerovnost, tedy $<$, $>$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešené úlohy

1. Řešte lineární nerovnici v součinném tvaru v množině reálných čísel $(x-2)(x+5) \leq 0$

$$(x-2)(x+5) \leq 0$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$x+5=0 \Rightarrow x=-5$$



- Nejdříve určíme nulové body (výrazy v závorkách se musí rovnat nule).
- Určíme intervaly (nulové body nanese na číselnou osu, kterou rozdělí na jednotlivé intervaly).
- Hodnotu výrazů v jednotlivých intervalech zapíšeme buď rovnou na číselnou osu, nebo sestavíme tabulku.
- Určení znamének na číselné ose.
 - zvolíme jakékoli číslo v intervalu $(-\infty; -5)$, např. -6 , dosadíme ho do součinu a zjistíme tak znaménko součinu pro daný interval.
 $(x-2)(x+5) \rightarrow (-6-2)(-6+5) = (-8)(-1) = +8$
 - tímto způsobem určíme hodnotu součinu pro každý interval
 - znaménka na číselné ose se střídají

	$(-\infty; -5)$	$(-5; 2)$	$(2; \infty)$
$x-2$	$-$	$-$	$+$
$x+5$	$-$	$+$	$+$
$(x-2)(x+5)$	$+$	$-$	$+$

- Určení znamének v prvním řádku tabulky.
 - zvolíme jakékoli číslo z intervalu $(-\infty; -5)$ např. -6 a dosadíme ho do výrazu $x-2 \rightarrow -6-2 = -8$, proto je ve druhém sloupci druhého řádku tabulky znaménko mínus
 - zvolíme jakékoli číslo z intervalu $(-5; 2)$ např. 0 a dosadíme ho do výrazu $x-2 \rightarrow 0-2 = -2$, proto je ve třetím sloupci druhého řádku tabulky znaménko mínus
 - takto bychom postupovali i pro interval $(2; \infty)$ a další řádek.
- Poslední řádek vyplníme tak, že vynásobíme znaménka v jednotlivých sloupcích. Znaménka v posledním řádku se budou vždy střídát

$$x \in \langle -5; 2 \rangle, K = \langle -5; 2 \rangle$$

- Výsledkem je interval, ve kterém se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání. V zadání máme $(x-2)(x+5) \leq 0$, proto vybereme interval $\langle -5; 2 \rangle$ (v tomto intervalu je daný součin menší roven nule, je u něj **mínus**).
- Nulové body jsou součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost $\leq$.

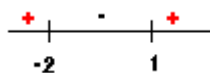
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Řešte lineární nerovnici v součinném tvaru v množině reálných čísel $(x-1)(x+2) \geq 0$

$$(x-1)(x+2) \geq 0$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$



	$(-\infty; -2)$	$(-2; 1)$	$(1; \infty)$
$x-1$	-	-	+
$x+2$	-	+	+
$(x-1)(x+2)$	+	-	+

$$x \in (-\infty; -2) \cup (1; \infty)$$

$$K = (-\infty; -2) \cup (1; \infty)$$

- Nejdříve určíme nulové body (výrazy v závorkách se musí rovnat nule).
- Určíme intervaly (nulové body rozdělí číselnou osu na jednotlivé intervaly).
- Hodnotu výrazů (znaménka) v jednotlivých intervalech zapíšeme buď rovnou na číselnou osu, nebo sestavíme tabulku.
- Znaménka určíme tak, že si zvolíme libovolné číslo z daného intervalu a dosadíme ho za neznámou x .
- Znaménka v posledním řádku tabulky (popř. na číselné ose) se budou vždy střídát.
- Výsledkem je interval, ve kterém se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání. V zadání máme $(x-1)(x+2) \geq 0$, proto vybereme intervaly $(-\infty; -2)$ a $(1; \infty)$ (v těchto dvou intervalech je daný součin větší roven nule).
- Výsledkem je sjednocení dvou intervalů.
- Nulové body jsou součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost $\geq$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3. Řešte lineární nerovnici v součinném tvaru v množině reálných čísel $(3-x)(x+9) > 0$

$$3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x + 9 = 0 \Rightarrow x = -9$$



	$(-\infty; -9)$	$(-9; 3)$	$(3; \infty)$
$3 - x$	+	+	-
$x + 9$	-	+	+
$(3 - x)(x + 9)$	-	+	-

$$x \in (-9; 3); K = (-9; 3)$$

- Určíme nulové body.
- Naneseme nulové body na číselnou osu, tím určíme intervaly.
- Určíme hodnotu výrazu v jednotlivých intervalech.
 - Číselná osa: Z intervalu $(-\infty; -9)$ zvolíme např. číslo -10 a dosadíme ho do součinu $(3-x)(x+9) \rightarrow [3 - (-10)](-10 + 9) = 13 \cdot (-1) = -13$
 - Stejným způsobem bychom pokračovali v dalších intervalech
 - Tabulka: Z intervalu $(-\infty; -9)$ zvolíme např. číslo -10 a dosadíme ho postupně do výrazů $3 - x$ a $x + 9$, tedy $3 - (-10) = +13$ a $-10 + 9 = -1$.
 - Takto bychom pokračovali v dalších intervalech
 - Výsledkem je interval, ve kterém se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání. V zadání máme $(3-x)(x+9) > 0$, proto vybereme interval $(-9; 3)$ (v tomto intervalu je daný součin větší než nula).
 - Nulové body do intervalu nepatří, protože v zadání je ostrá nerovnost.
 - Množinou všech kořenů je otevřený interval.

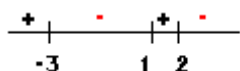
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Řešte lineární nerovnici v součinném tvaru v množině reálných čísel $(1-x)(x+3)(x-2) < 0$

$$1-x=0 \Rightarrow x=1$$

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$



	$(-\infty; -3)$	$(-3; 1)$	$(1; 2)$	$(2; \infty)$
$1-x$	+	+	-	-
$x+3$	-	+	+	+
$x-2$	-	-	-	+
$(1-x)(x+3)(x-2)$	+	-	+	-

$$x \in (-3; 1) \cup (2; \infty)$$

$$K = (-3; 1) \cup (2; \infty)$$

- Určíme tři nulové body.
- Nanese tři nulové body na číselnou osu, tím určíme čtyři intervaly.
- Hodnotu výrazů (znaménka) v jednotlivých intervalech zapíšeme buď rovnou na číselnou osu, nebo sestavíme tabulku.
- Zadaná nerovnice má tvar $(1-x)(x+3)(x-2) < 0$ zajímají nás proto ty intervaly, ve kterých je součin menší než nula.
- Nulové body do intervalu nepatří, protože v zadání je ostrá nerovnost.
- Množinou všech kořenů je sjednocení dvou otevřených intervalů.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úlohy k procvičení

1. $(x+3)(x+5) > 0; [K = (-\infty; -5) \cup (-3; \infty)]$
2. $(x-2)(x+1) < 0 [K = (-1; 2)]$
3. $(x+8)(x-4) \geq 0; [K = (-\infty; -8) \cup \langle 4; \infty)]$
4. $(x-6)(x-7) \leq 0; [K = \langle 6; 7 \rangle]$
5. $(1-x)(x+3) > 0; [K = (-3; 1)]$
6. $(x+2)(4-x) < 0; [K = (-\infty; -2) \cup (4; \infty)]$
7. $(x+5)(7-x) \geq 0; [K = \langle -5; 7 \rangle]$
8. $(1-x)(x+6) \leq 0; [K = (-\infty; -6) \cup \langle 1; \infty)]$
9. $(x-9)(x+5)(x-2) \geq 0; [K = \langle -5; 2 \rangle \cup \langle 9; \infty)]$
10. $(x-1)(3-x)(x-7) > 0; [K = (-\infty; 1) \cup (3; 7)]$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4.4 lineární nerovnice v podílovém tvaru

- Např. $\frac{2x+6}{x-9} \leq 0, \frac{x-1}{3-x} \geq 2$
- Na pravé straně nerovnice musí být po úpravách vždy nula.

Postup řešení

1. Tento typ nerovnice řešíme metodou intervalů (metodou nulových bodů).
2. Nejdříve určíme nulové body (jednotlivé výrazy čitatele i jmenovatele položíme rovny nule).
3. Nulové body nanese na číselnou osu a zjistíme intervaly (nulové body rozdělí číselnou osu – množinu reálných čísel na jednotlivé intervaly).
4. Určíme hodnotu zlomku (znaménka plus a minus) v jednotlivých intervalech.
5. Výsledkem je interval (sjednocení intervalů), ve kterých se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání.
6. Nulové body jsou součástí řešení v případě, že je v zadání neostrá nerovnost, tedy $\leq, \geq$.
7. Nulové body nejsou součástí řešení v případě, že je v zadání ostrá nerovnost, tedy $<, >$.
8. Jmenovatel nesmí být roven nule, proto nulové body ve jmenovateli nebudou nikdy součástí řešení (v případě jakéhokoli zadání)

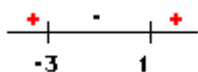
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešené úlohy

1. Řešte v množině reálných čísel lineární nerovnici v podílovém tvaru $\frac{x-1}{x+3} \geq 0$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$$



- Určíme nulové body (čitatele i jmenovatele zlomku položíme roven nule).
- Naneseme nulové body na číselnou osu.
- Zjistíme hodnotu výrazu pro jednotlivé intervaly.
 - zvolíme jakékoli číslo v intervalu $(-\infty; -3)$, např. -4 , dosadíme ho do zlomku, zjistíme tak znaménko pro daný interval.

$$\frac{x-1}{x+3} \rightarrow \frac{-4-1}{-4+3} = \frac{-5}{-1} = +5$$
 - tímto způsobem určíme hodnotu zlomku pro každý interval
- Znaménka na číselné ose se střídají.
- Znaménka možno určit pomocí tabulky (viz lineární nerovnice v součinném tvaru).
- Výsledkem je interval, ve kterém se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání. V zadání máme $\frac{x-1}{x+3} \geq 0$, proto vybereme intervaly $(-\infty; -3), (1; \infty)$ (v těchto intervalech je zlomek větší roven nule, je u nich **plus**).
- Nulový bod $x = 1$ je součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost $\leq$. Nulový bod $x = -3$ není součástí řešení, protože jmenovatel zlomku nesmí být roven nule.
- Množinou kořenů je sjednocení dvou intervalů.

$$x \in (-\infty; -3) \cup (1; \infty)$$

$$K = (-\infty; -3) \cup (1; \infty)$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Řešte lineární nerovnici v podílovém tvaru v množině reálných čísel $\frac{x+5}{1-x} > 0$

$x+5=0 \rightarrow x=-5$ • Určíme nulové body (čitatele i jmenovatele zlomku položíme roven nule).

$1-x=0 \rightarrow x=1$



- Naneseme nulové body na číselnou osu.
- Zjistíme hodnotu výrazu pro jednotlivé intervaly.
 - zvolíme jakékoli číslo v intervalu $(-\infty; -5)$, např. -6 , dosadíme ho do zlomku, zjistíme tak znaménko pro daný interval.

$$x \in (-5; 1)$$

$$K = (-5; 1)$$

$$\frac{x+5}{1-x} \rightarrow \frac{-6+5}{1-(-6)} = \frac{-1}{7} = -\frac{1}{7}$$

- tímto způsobem určíme hodnotu zlomku pro každý interval
- Znaménka na číselné ose se střídají.
- Výsledkem je interval, ve kterém se znaménko shoduje se znakem nerovnosti ze zadání. V zadání máme $\frac{x+5}{1-x} > 0$, proto vybereme interval $(-5; 1)$ (V tomto intervalu je zlomek větší než nula, je u něj znaménko **plus**).
- Nulové body nejsou součástí řešení, protože v zadání je ostrá nerovnost.
- Množinou kořenů je otevřený interval.

3. Řešte v množině reálných čísel lineární nerovnici v podílovém tvaru $\frac{(x+1)(x-2)}{x(x+4)} \leq 0$

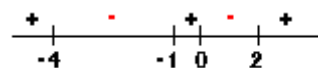
$$\frac{(x+1)(x-2)}{x(x+4)} \leq 0$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2$$

$$x=0$$

$$x+4=0 \rightarrow x=-4$$



$$x \in (-4; -1) \cup (0; 2)$$

$$K = (-4; -1) \cup (0; 2)$$

- Určíme nulové body pomocí všech výrazů v čitateli i jmenovateli, které obsahují neznámou.
- Nulové body nanese na číselnou osu.
- Určíme hodnotu celého zlomku, pro jednotlivé intervaly.
- Vybereme intervaly, ve kterých se znaménka shodují se znakem nerovnosti v zadání.
- Nulový bod $x=-1$ je součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost, nulový bod $x=2$ je součástí řešení, protože v zadání je neostrá nerovnost, nulový bod $x=0$ není součástí řešení, protože ve jmenovateli zlomku nesmí být nula, nulový bod $x=-4$ není součástí řešení, protože ve jmenovateli zlomku nesmí být nula.
- Množinou všech kořenů je sjednocení dvou intervalů.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Řešte v množině reálných čísel lineární nerovnici v podílovém tvaru $\frac{x(2x-6)}{(8-x)(x+5)} < 0$

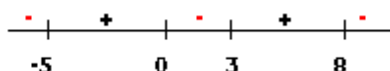
$$\frac{x(2x-6)}{(8-x)(x+5)} < 0$$

$$x = 0$$

$$2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$8 - x = 0 \rightarrow x = 8$$

$$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$$



$$x \in (-\infty; -5) \cup (0; 3) \cup (8; \infty)$$

$$K = (-\infty; -5) \cup (0; 3) \cup (8; \infty)$$

- Určíme nulové body pomocí všech výrazů v čitateli i jmenovateli, které obsahují neznámou.

- Nulové body nanese na číselnou osu.
- Určíme hodnotu celého zlomku, pro jednotlivé intervaly.

- Vybereme intervaly, ve kterých se znaménka shodují se znakem nerovnosti v zadání.

- Nulové body nejsou součástí řešení, protože v zadání je ostrá nerovnost.

- Množinou všech kořenů je sjednocení tří intervalů.

Úlohy k procvičení

1. $\frac{2x+4}{x+3} > 0; [K = (-\infty; -3) \cup (-2; \infty)]$

2. $\frac{x+5}{2x-2} \leq 0; [K = \langle -5; 1 \rangle]$

3. $\frac{1-x}{x+3} \geq 0; [K = (-3; 1)]$

4. $\frac{4x-8}{5-x} < 0; [K = (-\infty; 2) \cup (5; \infty)]$

5. $\frac{4x+7}{x-1} > 2; [K = (-\infty; -4) \cup (1; \infty)]$

6. $\frac{2x-1}{x-1} \geq 1; [K = (-\infty; 0) \cup (1; \infty)]$

7. $\frac{3-2x}{x+5} < -1; [K = (-\infty; -5) \cup (8; \infty)]$

8. $\frac{x(x+2)}{x+3} \leq 0; [K = (-\infty; -3) \cup \langle 0; 2 \rangle]$

9. $\frac{x-1}{x(x-9)} \geq 0; [K = (0; 1) \cup (9; \infty)]$

10. $\frac{x(1-x)}{3-x} \leq 0; [K = (-\infty; 0) \cup \langle 1; 3 \rangle]$