

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PASCALŮV TROJÚHELNÍK

Motivace:

K ilustraci vlastností kombinačních čísel, použití v binomické větě.

Teorie:

- uspořádání binomických koeficientů do tvaru trojúhelníku
- schéma, které znázorňuje vlastnosti kombinačních čísel
- pojmenován po B. Pascalovi (francouzský filozof, matematik a fyzik)

Z kombinačních čísel $\binom{n}{k}$ vytvoříme schéma:

pro $n=0$

$$\binom{0}{0}$$

$n=1$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$n=2$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$n=3$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$n=4$

$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$

...

...

...

Vyčíslený Pascalův trojúhelník:

Pro $n=0$	1		$1=2^0$
$n=1$	1	1	$2=2^1$
$n=2$	1	2	$4=2^2$
$n=3$	1	3	$8=2^3$
$n=4$	1	4	$16=2^4$
$n=5$	1	5	$32=2^5$
$n=6$	1	6	$64=2^6$
$n=7$	1	7	$128=2^7$

...

...

...

Součet hodnot všech kombinačních čísel v témže řádku (tj. pro určité n) je roven číslu 2^n .



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vlastnosti kombinačních čísel, které lze ilustrovat v Pascalově trojúhelníku:

- každý řádek začíná a končí číslem 1

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

- stejná čísla jsou symetricky rozmístěna vzhledem k ose souměrnosti trojúhelníku

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

- součet libovolných dvou sousedních čísel v každém řádku je roven číslu, které se nachází v následujícím řádku „pod jejich středem“

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

- další vlastnost: $\binom{n}{1} = n$

Řešené příklady:

Příklad 1. Zapište pomocí jednoho kombinačního čísla: $\binom{6}{3} + \binom{6}{4}$

Využijeme vlastnosti $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

$$\Rightarrow \binom{6}{3} + \binom{6}{4} = \binom{7}{4}$$

Příklad 2. Zjednodušte: $\binom{x+8}{x+7}$

Využijeme vlastnosti $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ a $\binom{n}{1} = n$

$$\Rightarrow \binom{x+8}{x+7} = \binom{x+8}{x+8-(x+7)} = \binom{x+8}{x+8-x-7} = \binom{x+8}{1} = x+8$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pracovní list:

1. Doplňte kombinační číslo:

a) $\binom{8}{5} + \binom{8}{6} =$

b) $\binom{7}{3} + \binom{7}{4} =$

c) $\binom{20}{10} + \binom{20}{11} =$

d) $\binom{15}{2} + \binom{15}{3} =$

2. Zapište pomocí jiného kombinačního čísla:

a) $\binom{7}{5} =$

b) $\binom{10}{8} =$

c) $\binom{15}{12} =$

d) $\binom{5}{3} =$

3. Vypočtěte:

a) $\binom{6}{4} =$

b) $\binom{11}{9} =$

c) $\binom{9}{6} =$

d) $\binom{8}{5} =$

4. Zjednodušte:

a) $\binom{x}{x-3} =$

d) $\binom{x-5}{x-7} =$

b) $\binom{x+12}{x+10} =$

e) $\binom{x+4}{x+3} =$

c) $\binom{x}{x-1} =$

f) $\binom{x+2}{x} =$

5. Vypočtěte a využijte přitom vlastností kombinačních čísel:

a) $\binom{6}{4} + \binom{6}{5} =$

b) $\binom{10}{9} + \binom{10}{8} - \binom{5}{0} - \binom{7}{7} =$

c) $\binom{5}{5} + \binom{6}{5} + \binom{7}{5} + \binom{8}{5} =$

d) $\binom{20}{18} + \binom{5}{2} + \binom{20}{19} + \binom{5}{3} =$