

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
MATEMATIKA	DRUHÝ	Mgr. Tomáš MAŇÁK	4. května 2014
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
STEREOMETRIE – ZÁKLADNÍ POJMY, METRICKÉ VLASTNOSTI, ODCHYLKY, VZDÁLENOSTI			

STEREOMETRIE – geometrie v prostoru

Stereometrie se zabývá studiem prostorových útvarů a vztahů mezi nimi. Slovo stereometrie je řeckého původu a v překladu znamená „měření těles“.

Základní tělesa:

- **krychle** (všechny stěny shodné čtverce)
- **kvádr** (protější stěny shodné obdélníky popř. čtverce)
- **hranol** (podstavy shodné mnohoúhelníky, boční stěny rovnoběžníky, pravidelný n -boký hranol – podstavy pravidelné n -úhelníky, boční stěny shodné obdélníky, popř. čtverce)
- **rotační válec** (vznikne rotací obdélníku, popř. čtverce kolem přímky, která obsahuje jednu jeho stranu)
- **čtyřstěn** (všechny 4 stěny jsou trojúhelníky)
- **jehlan** (podstava mnohoúhelník, boční stěny trojúhelníky)
- **rotační kužel** (vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem přímky, která obsahuje jednu jeho odvěsnu)

Zobrazováním prostorových útvarů do roviny se zabývá **deskriptivní geometrie** (studuje metody zobrazení objektů v trojrozměrném prostoru do dvojrozměrné roviny).

Při řešení jednoduchých stereometrických úloh používáme zobrazení nazývané **volné rovnoběžné promítání**. Je určeno jistou rovinou π a přímkou s , která protíná rovinu π právě v jednom bodě. Rovina π se nazývá **průmětna**, přímka s udává **směr promítání**.

Shodné a navzájem rovnoběžné úsečky se promítají do úseček, které jsou také shodné a navzájem rovnoběžné (nebo je průmětem každé z nich bod).

Útvar, který leží v průmětně nebo v rovině s průmětnou rovnoběžně (tzv. průčelné rovině), se promítá do útvaru, který je s ním shodný.

Obrazy útvarů můžeme kreslit přímo tak, že dodržujeme určitá pravidla. Tento způsob zobrazení se nazývá **volné rovnoběžné promítání**.

Tělesa zobrazujeme tak, aby některá jejich část (hrana, stěna, ...) ležela v průčelné rovině. Úsečky kolmé k průmětně zobrazíme do úseček, které s obrazem vodorovných úseček svírají úhel 45° a jejich délka je polovinou skutečné délky. Striktní dodržování úhlu 45° a zkrácení na polovinu není bezpodmínečně nutné, důležité je, aby vzniklý obrázek byl jasný a srozumitelný. V souladu s technickou praxí tělesa zobrazujeme v pravém nahledu.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 1:

Ve volném rovnoběžném promítání zobrazte:

- krychli s hranou délky $a = 4 \text{ cm}$,
- pravidelný čtyřstěn s hranou délky $a = 4 \text{ cm}$,
- pravidelný šestiboký jehlan s podstavnou hranou délky $a = 3 \text{ cm}$ a výškou $v = 5 \text{ cm}$.

Uvažujte svislou průmětnu a tělesa zobrazte v tzv. průčelné poloze: jednu stěnu, či podstavu tělesa umístěte do vodorovné roviny, další stěnu, výšku či hranu umístěte do průčelné roviny.

Příklad 2:

Ve volném rovnoběžném promítání zobrazte:

- kružnici s poloměrem $r = 2,5 \text{ cm}$,
- rotační válec s poloměrem podstavy $r = 2,5 \text{ cm}$ a výškou $v = 4,5 \text{ cm}$,
- rotační kužel s poloměrem podstavy $r = 2,5 \text{ cm}$ a výškou $v = 4,5 \text{ cm}$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Základní pojmy stereometrie

Prostor se skládá z bodů, přímky a roviny jsou jeho podmnožiny.

Základní vztahy mezi body, přímkami a rovinami jsou:

- **bod leží (neleží) na přímce, přímka prochází (neprochází) bodem**
- **bod leží (neleží) v rovině, rovina prochází (neprochází) bodem**
- **přímka leží (neleží) v rovině, rovina prochází (neprochází) přímkou**

Můžeme zapsat:

- bod je (není) prvkem přímky ... $A \in p, A \notin p$
- bod je (není) prvkem roviny ... $A \in p, A \notin p$
- přímka je (není) podmnožinou roviny ... $p \subset p, p \not\subset p$

situace zakreslete

Každá přímka je určena dvěma svými různými body.
Dvěma různými body prochází právě jedna přímka.

situaci zakreslete

Jestliže bod A leží na přímce p a přímka p leží v rovině p , pak i bod A leží v rovině p .

situaci zakreslete

Jestliže v rovině p leží dva různé body A, B, pak také přímka p , která těmito body prochází, leží v rovině p .

situaci zakreslete

Přímka AB ... $\leftrightarrow$ AB

Rovina je určena:

- třemi různými body neležícími na jediné přímce
- přímkou a bodem mimo ni
- dvěma různoběžnými přímkami
- dvěma různými rovnoběžnými přímkami

situace zakreslete

Rovina ABC $\leftrightarrow$ ABC

Rovina Ap $\leftrightarrow$ Ap

Rovina pq $\leftrightarrow$ pq

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Libovolná rovina rozděluje prostor na dva navzájem opačné poloprostory a je jejich společnou hraniční rovinou. Hraniční rovina patří oběma poloprostorům.

Poloprostor s hraniční rovinou ρ a vnitřním bodem M značíme ... $\rightarrow \rho M$

Je-li $\rho = \leftrightarrow ABC$, pak $\rightarrow \rho M = \rightarrow ABCM$

situaci zakreslete

Geometrický útvar se nazývá konvexní, jestliže úsečka spojující kterékoli dva body útvaru je částí tohoto útvaru.

situaci zakreslete

Příklad 3:

Body P, R, S, T jsou po řadě středy hran AB, AE, BC, CG krychle ABCDEFGH. Zjistěte, zda v téže rovině leží body:

- a) P, R, S, T
- b) A, C, E, F

Příklad 4:

Je dána krychle ABCDEFGH. Zjistěte, zda v rovině BCE leží:

- a) body H, F
- b) přímky CH, AC

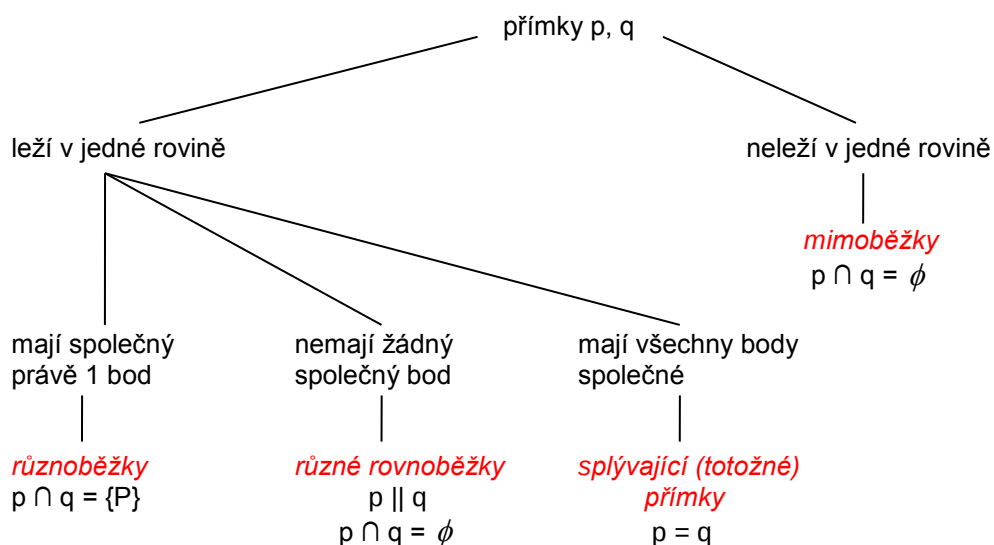
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 5:

Je dána krychle ABCDEFGH. Body P, R, S, T, U, V jsou po řadě středy hran AB, AE, BC, CG, EH, GH. Zjistěte, zda v jedné rovině leží body:

- A, C, U, V
- C, R, U, V
- C, E, P, V
- R, S, T, U

Vzájemná poloha přímek v prostoru



Pro každé dvě různé rovnoběžky v prostoru existuje právě jedna rovina, která je obsahuje.

situaci zakreslete

Jestliže mají dvě rovnoběžné přímky společný bod, potom jsou totožné.

situaci zakreslete

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 6:

Je dána krychle ABCDEFGH. Uvedte všechny přímky, které procházejí bodem E a dalším vrcholem krychle a jsou s přímkou BC

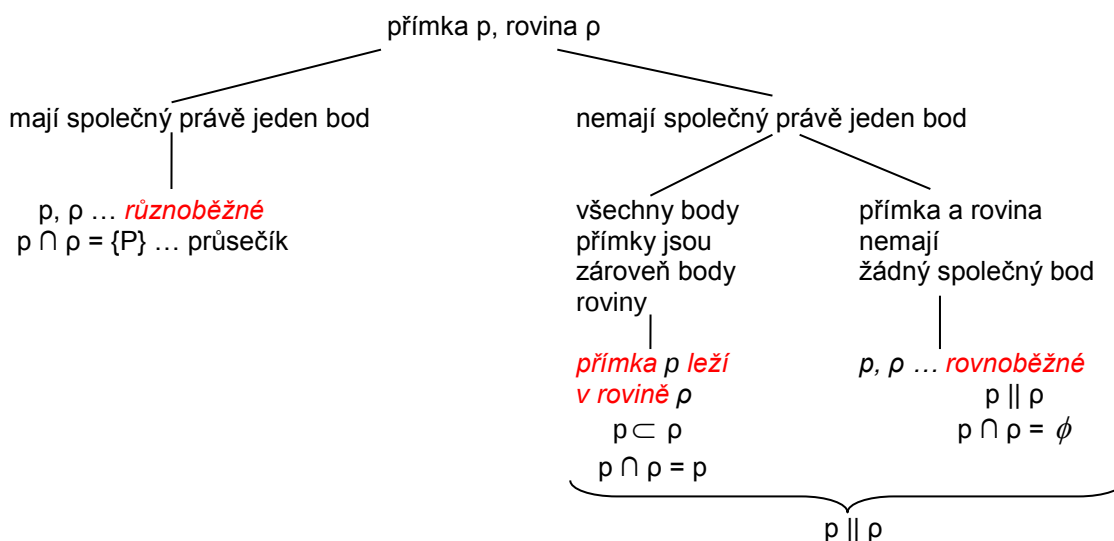
- rovnoběžné,
- různoběžné,
- mimoběžné.

Příklad 7:

Je dána krychle ABCDEFGH, body X, Y, Z jsou po řadě středy hran FB, FE, FG. Určete vzájemnou polohu přímek:

- XY, EZ
- YZ, EH
- XZ, AH

Vzájemná poloha přímky a roviny



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Jestliže je přímka rovnoběžná s rovinou a má s ní společný bod, potom tato přímka leží v této rovině.
situaci zakreslete

Příklad 8:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete všechny přímky, které procházejí bodem H a některým dalším vrcholem krychle a s rovinou ABC jsou:

- a) rovnoběžné,
- b) různoběžné.

Příklad 9:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete všechny roviny, které procházejí bodem H a dalšími dvěma vrcholy krychle a jsou s přímkou BC:

- a) rovnoběžné,
- b) různoběžné.

Příklad 10:

Je dána krychle ABCDEFGH. Najděte přímku, která prochází bodem B a dalším vrcholem krychle, je rovnoběžná s rovinou EFG a různoběžná s přímkou AD.

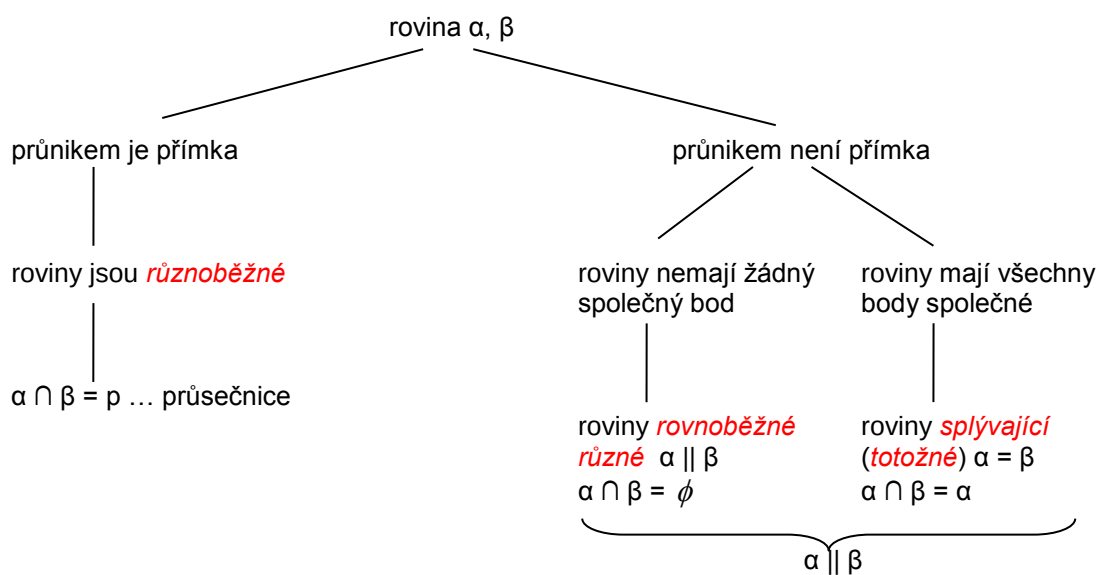
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 11:

Je dána krychle ABCDEFGH, body K, L, M, N jsou po řadě středy stěn ABCD, BCFG, EFGH, ADHE. Jaká je vzájemná poloha:

- přímky KL a roviny CDH,
- přímky LN a roviny ABG,
- přímky LM a roviny BCE,
- přímky KN a roviny EFG?

Vzájemná poloha dvou rovin



Jestliže dvě rovnoběžné roviny mají společný bod, potom jsou totožné.

situaci zakreslete

Mají-li dvě různé roviny společný bod, pak mají společnou přímku, která tímto bodem prochází. Kromě této přímky nemají žádný další společný bod.

situaci zakreslete

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 12:

Je dána krychle ABCDEFGH. Rozhodněte o vzájemné poloze rovin:

- a) ABC, EFH,
- b) ABC, BCD,
- c) ADH, BCE.

Příklad 13:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete průsečnici rovin ACE a BDF.

Rovnoběžnost

Daný bodem lze vést k dané přímce jednu rovnoběžku.

situaci zakreslete

Rovnoběžnost přímek je vztah tranzitivní: je-li $p \parallel q$, $q \parallel r$, je také $p \parallel r$.

situaci zakreslete

Kritérium rovnoběžnost přímky a roviny

Přímka je rovnoběžná s rovinou právě tehdy, když je rovnoběžná s aspoň jednou
přímkou této roviny.

situaci zakreslete

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Je-li $p \parallel q$, $q \parallel \beta$, pak také $p \parallel \beta$.

situaci zakreslete

Je-li přímka rovnoběžná s dvěma různoběžnými rovinami, je rovnoběžná i s jejich průsečnicí.

situaci zakreslete

Příklad 14:

Bod M je středem hrany AB krychle ABCDEFGH. Ved'te bodem M přímku p rovnoběžnou s rovinami BEG a BDH.

Kritérium rovnoběžnost dvou rovin

Dvě roviny jsou rovnoběžné právě tehdy, jestliže jedna z nich obsahuje dvě různoběžky rovnoběžné s druhou rovinou.

situaci zakreslete

Daným bodem lze vést k dané rovině jedinou rovinu s ní rovnoběžnou.

situaci zakreslete

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rovnoběžnost rovin je vztah tranzitivní $\alpha \parallel \beta$, $\beta \parallel \gamma$, pak také $\alpha \parallel \gamma$.

situaci zakreslete

Příklad 15:

Je dán čtyřstěn ABCD, body K,L,M jsou po řadě středy hran AD, BD, CD. Dokažte, že rovina KLM je rovnoběžná s rovinou ABC.

Příklad 16:

Je dána krychle ABCDEFGH. Bodem H ved'te rovinu rovnoběžnou s rovinou BEG.

Příklad 17:

Je dána krychle ABCDEFGH. Body K,L,M,N jsou po řadě středy hran EF, BF, FG, DH. Dokažte rovnoběžnost rovin:

- a) KLM, BEG,
- b) KLM, ACH,
- c) ACN, ELG.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 19:

Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou XYZ, je-li bod X středem hrany AD, bod Y středem hrany BF a bod Z je bodem hrany HG, přitom $|HZ|:|ZG| = 1:3$.

Příklad 20:

Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou:

- MCH, bod M leží na prodloužení úsečky AD za bod A, $|MA|:|AD| = 1:2$,
- BPQ, bod P je středem hrany FG, bod Q leží na prodloužení úsečky EF za bod E, $|QE|:|EF| = 1:3$.

Příklad 21:

Body K,L,M,N jsou po řadě středy hran AB,AD,AE,GH krychle ABCDEFGH. Bod P je bodem hrany BC, $|BP|:|PC| = 1:2$. Sestrojte řez krychle rovinami:

- HKP,
- LMN,
- KLN.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Průsečík přímky p a roviny ρ (je-li přímka různoběžná s rovinou):

- 1) Přímkou p proložíme vhodnou rovinu σ , která je s danou rovinou ρ různoběžná.
- 2) Určíme průsečnici r rovin ρ a σ .
- 3) Průsečík P přímek p a r je hledaný průsečík přímky p a roviny ρ .

Průsečík přímky a povrchu tělesa:

- 1) Přímkou p proložíme rovinu
- 2) Sestrojíme řez této roviny a tělesa.
- 3) Společné body přímky a obvodu řezu jsou hledané průsečíky přímky a povrchu tělesa.

Kritérium kolmosti dvou rovin:

Dvě roviny jsou navzájem kolmé, obsahuje-li jedna rovina kolmici k rovině druhé.

situaci zakreslete

Kritérium kolmosti přímky a roviny:

Přímka je kolmá k rovině, je-li kolmá aspoň ke dvěma různoběžkám této roviny.

situaci zakreslete

Jestliže je přímka kolmá k rovině, pak je kolmá ke každé přímce této roviny.

situaci zakreslete

Příklad 22:

Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte průsečík přímky CE a roviny BDG.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 23:

Je dána krychle ABCDEFGH. Sestrojte průsečnici rovin:

- ACG, AFH,
- ACF, BEG.

Odchylka přímek

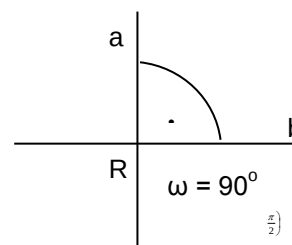
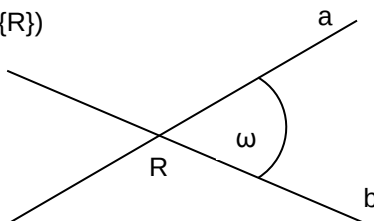
Odchylka dvou přímek:

- rovnoběžky** ($a \parallel b, a = b$)

$$\omega = |\angle ab| = 0^\circ \quad (0 \text{ rad})$$

- různoběžky** ($a \cap b = \{R\}$)

$$\omega \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$



- mimoběžky** a, b

Na mimoběžce a zvolíme libovolný bod a vedeme jím rovnoběžku b' s mimoběžkou b .
Odchylka různoběžek a, b' se rovná odchylce mimoběžek a, b .

situaci zakreslete

$$\omega = |\angle ab| = |\angle ab'|$$

$$\omega \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Závěr: Odchylka dvou přímek je úhel $\omega \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, tj $\omega \in \langle 0^\circ, 90^\circ \rangle$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 24:

V krychli $ABCD A'B'C'D'$ určete odchylku přímek a, b je-li:

- a) $a = \leftrightarrow AB$
 $b = \leftrightarrow A'C'$
- b) $a = \leftrightarrow AD'$
 $b = \leftrightarrow B'C$
- c) $a = \leftrightarrow AD'$
 $b = \leftrightarrow BA'$

Příklad 25:

Je dána krychle s hranou délky a . Určete odchylku:

- a) dvou stěnových úhlopříček,
- b) dvou tělesových úhlopříček,
- c) stěnové a tělesové úhlopříčky.

Kolmost přímek a rovin

Dvě přímky jsou k sobě kolmé právě tehdy, když jejich odchylka je 90° . ($a \perp b$)

situaci zakreslete

Přímka je kolmá k rovině právě tehdy, je-li kolmá ke každé přímce dané roviny. ($a \perp p$)

situaci zakreslete

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Přímka kolmá k rovině se nazývá kolmice k rovině. Bod P , $a \cap p = \{P\}$ je pata kolmice.

situaci zakreslete

Kritérium kolmosti přímky a roviny:

Přímka je kolmá k rovině, je-li kolmá aspoň ke dvěma různoběžkám této roviny.

situaci zakreslete

Chceme-li dokázat, že přímka není kolmá k rovině, stačí najít jednu přímku roviny, k níž není daná přímka kolmá.

Jestliže je přímka kolmá k rovině, pak je kolmá ke každé přímce této roviny.

situaci zakreslete

Věty o kolmosti přímek a rovin:

Daným bodem lze vést k dané rovině jedinou kolmici.

Daným bodem lze vést k dané přímce jedinou kolmou rovinu.

Všechny roviny kolmé k téže přímce jsou navzájem rovnoběžné.

Všechny přímky kolmé k téže rovině jsou navzájem rovnoběžné.

Kritérium kolmosti dvou rovin

Dvě roviny jsou navzájem kolmé, obsahuje-li jedna z nich přímku, která je kolmá na druhou rovinu. ($\rho \perp \sigma$)

situaci zakreslete

Příklad 26:

Dokažte, že roviny ACV a BDV v pravidelném čtyřbokém jehlanu ABCDV jsou navzájem kolmé.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 27:

Je dána krychle ABCDEFGH. Zjistěte, zda přímka CE je kolmá k rovině BDG.

Příklad 28:

Body K,L,M,N jsou po řadě středy hran EH,CD,AE,CG krychle ABCDEFGH. Ověřte kolmost přímek a rovin:

- a) HM, EF,
- b) MN, BH,
- c) FH, ACG,
- d) BCE, DGH.

Příklad 29:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete pravoúhlý průmět bodu B do roviny:

- a) ADH,
- b) ACG.

Příklad 30:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete pravoúhlý průmět přímky DF do roviny:

- a) ABC,
- b) ADH.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Odchylka dvou rovin, odchylka přímky a roviny

Odchylka dvou rovin:

Odchylka ω dvou rovin α, β je rovna odchylce průsečnic p, q těchto rovin s třetí rovinou ρ , která je k oběma rovinám α, β kolmá.

- a) **rovnoběžné roviny** ($\alpha \parallel \beta, \alpha = \beta$)

$$\omega = |\angle \alpha\beta| = 0^\circ \quad (0 \text{ rad})$$

- b) **různoběžné roviny** ($\alpha \cap \beta = r \dots$ průsečnice rovin)

b1) určíme průsečnici r rovin

b2) na průsečnici r zvolíme bod R a vedeme jím v každé rovině přímku, která je kolmá k průsečnici

b3) odchylka přímek kolmých k průsečnici je rovna odchylce daných rovin

situaci zakreslete

Závěr: Odchylka dvou rovin je úhel $\omega \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$, tj $\omega \in \langle 0^\circ, 90^\circ \rangle$

Odchylka přímky a roviny:

Odchylka přímky p a roviny ρ je rovna odchylce přímky p a průsečnice p_1 dané roviny s rovinou σ , která obsahuje danou přímku p a je kolmá k dané rovině ρ . (Odchylka přímky a roviny je rovna odchylce přímky a jejího pravoúhlého (kolmého) průmětu do této roviny).

Pravoúhlý průmět přímky p do roviny ρ :

situaci zakreslete

$$p \cap \rho = \{P\}$$

$$p = \leftrightarrow PA$$

p_1 je pravoúhlý průmět přímky p do roviny ρ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

a) $p \parallel p, p \subset p$

$$\omega = |\angle pp| = 0^\circ \text{ (0 rad)}$$

b) $p \cap p = \{P\}$

Odchylka přímky p a roviny p je rovna odchylce této přímky p a jejího pravoúhlého (kolmého) průmětu do roviny p .

situaci zakreslete

$$\omega = |\angle pp| = |\angle pp_1|$$

$$\omega \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \text{ tj } \omega \in (0^\circ, 90^\circ)$$

Závěr: Odchylka přímky a roviny je úhel $\omega \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, tj $\omega \in (0^\circ, 90^\circ)$

Příklad 31:

V krychli ABCDA'B'C'D' vypočtete odchylku roviny ABC a roviny BDC'.

Příklad 32:

Určete odchylku tělesové úhlopříčky BD' krychle ABCDA'B'C'D' od roviny BCC'.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 33:

Výška pravidelného čtyřbokého jehlanu ABCDV je rovna délce jeho podstavných hran. Vypočtete odchylku rovin dvou:

- a) protějších stěn,
- b) sousedních stěn.

Příklad 34:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete odchylku roviny ABC a přímky:

- a) EF,
- b) BF,
- c) BH.

Příklad 35:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete odchylku rovin:

- a) ABC, BDH,
- b) ABE, ABH.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdálenost bodu od přímky a od roviny

Vzdálenost bodů A , B je délka úsečky AB a značíme ji $|AB|$.

Vzdálenost bodu A od přímky p můžeme určit jako vzdálenost bodu od přímky v rovině, protože bod a přímka v prostoru určují rovinu (pokud bod na přímce neleží). Je to nejmenší ze všech vzdáleností daného bodu od jednotlivých bodů přímky. Tzn. je to délka úsečky AP , kde P je pata kolmice k vedené v rovině Ap bodem A k přímce p . Vzdálenost bodu A od přímky p značíme $|Ap|$. Je-li $A \in p$, pak $|Ap| = 0$.

situaci zakreslete

Vzdálenost bodu A od roviny ρ je vzdálenost bodu A a jeho pravoúhlého průmětu A' do roviny ρ , značíme $|A\rho|$. Je-li $A \in \rho$, je $|A\rho| = 0$. Vzdálenost bodu A od roviny ρ je nejmenší ze vzdáleností bodu A od jednotlivých bodů X roviny ρ .

situaci zakreslete

Příklad 36:

Je dán pravidelný čtyřboký hranol $ABCD A'B'C'D'$, $|AB| = a = 4$ cm, $|AA'| = v = 5,5$ cm. Vypočtěte vzdálenost bodu B od přímky

- a) AD
- b) AC
- c) $C'D'$
- d) $A'C'$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 37:

Je dána krychle ABCDEFGH s hranou délky a . Vypočítejte vzdálenost bodu A od přímky

- a) DH,
- b) FG,
- c) FH,
- d) BH.

Vzdálenosti přímek a rovin

Vzdálenost dvou rovnoběžných přímek je vzdálenost libovolného bodu jedné přímky od druhé přímky. Můžeme ji určit jako vzdálenost přímek v rovině jimi určené nebo pomocí roviny kolmé k oběma přímkám. Vzdálenost přímek p, q značíme $|pq|$. [situaci zakreslete](#)

Vzdálenost dvou rovnoběžných rovin je vzdálenost libovolného bodu jedné roviny od druhé roviny. Vzdálenost rovnoběžných rovin ρ a σ značíme $|\rho\sigma|$. [situaci zakreslete](#)

Vzdálenost přímky od roviny s ní rovnoběžné je vzdálenost libovolného bodu přímky od této roviny. Vzdálenost přímky p od roviny σ značíme $|p\sigma|$. [situaci zakreslete](#)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 38:

Je dána krychle ABCDEFGH s délkou hrany a , bod M je bodem hrany EH. Určete vzdálenost mimoběžek

- a) AB a FG,
- b) AC a FM.

Příklad 39:

Je dána krychle ABCDEFGH s hranou délky a . Body K, L, M, N, P, Q jsou po řadě středy hrany AB, BC, EH, GH, EF, FG. Určete vzdálenost přímek:

- a) BF, CG,
- b) AH, BG,
- c) KL, PQ,
- d) PQ, MN.

Použitá literatura:

Výukové materiály a úlohy a cvičení jsou autorsky vytvořeny pro učební materiál.
O. Odvárko, J.Řepová: Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, SPN 1985
E. Pomykalová: Matematika pro gymnázia – Stereometrie, Prometheus 2006