

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
MATEMATIKA	DRUHÝ	Mgr. Tomáš MAŇÁK	17. května 2012
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
PLANIMETRIE – ÚHLÝ V KRUŽNICÍCH			

KRUŽNICE

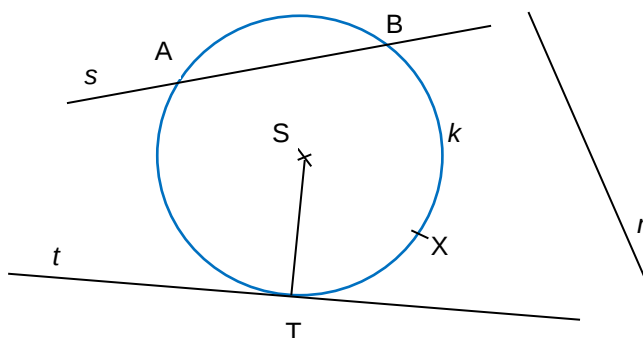
Kružnice k je množina všech bodů X v rovině, které mají od daného bodu S , zvaného střed kružnice, stejnou vzdálenost $r > 0$, zvanou poloměr kružnice.

Symbolický zápis: $k(S;r)$



www.google.cz

Otázka: Jakou vzájemnou polohu mohou zaujímat přímky a kružnice?

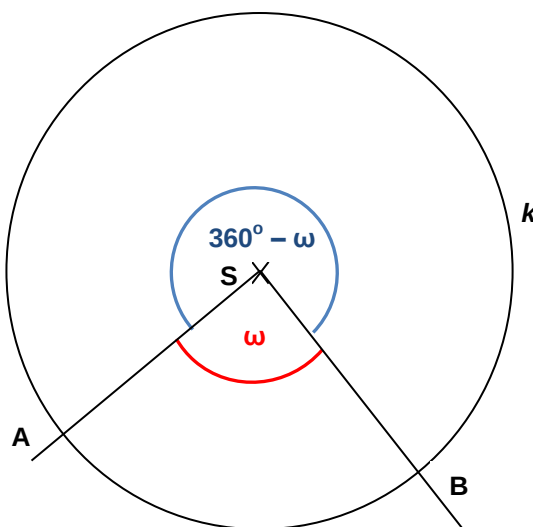


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Je dána kružnice $k(S; r)$; $A, B \in k$; $A \neq B$

- 1) Jestliže body $A, B \in k \wedge S \notin \overleftrightarrow{AB}$, pak body A, B dělí kružnici na **dva kružnicové oblouky**:

- menší kružnicový oblouk
- větší kružnicový oblouk

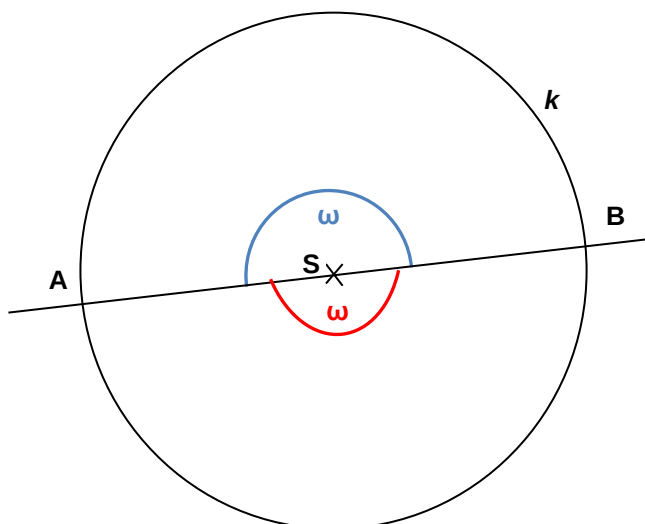


Úhel s vrcholem ve středu dané kružnice se nazývá **středový úhel**.

Úhel $|\angle ASB| = \omega$ nazýváme **středový úhel příslušný menšímu kružnicovému oblouku AB**

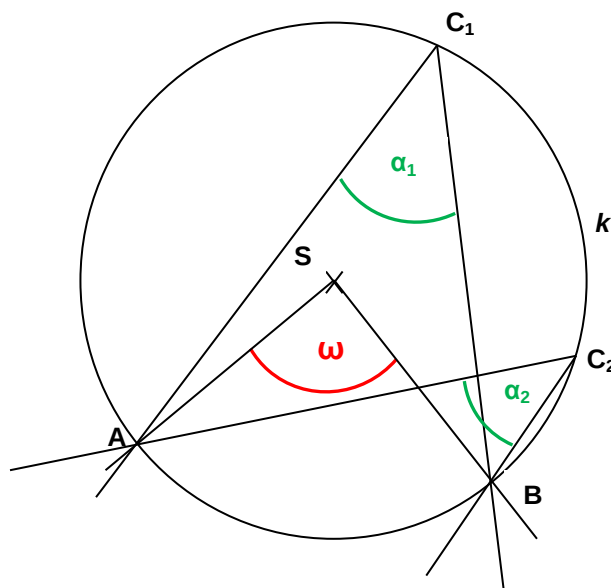
Úhel $|\angle ASB| = 360 - \omega$ nazýváme **středový úhel příslušný většímu kružnicovému oblouku AB**

- 2) Jestliže body $A, B \in k \wedge S \in \overleftrightarrow{AB}$, pak body A, B dělí kružnici na dva stejné kružnicové oblouky $\Rightarrow$ **dvě půlkružnice**



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

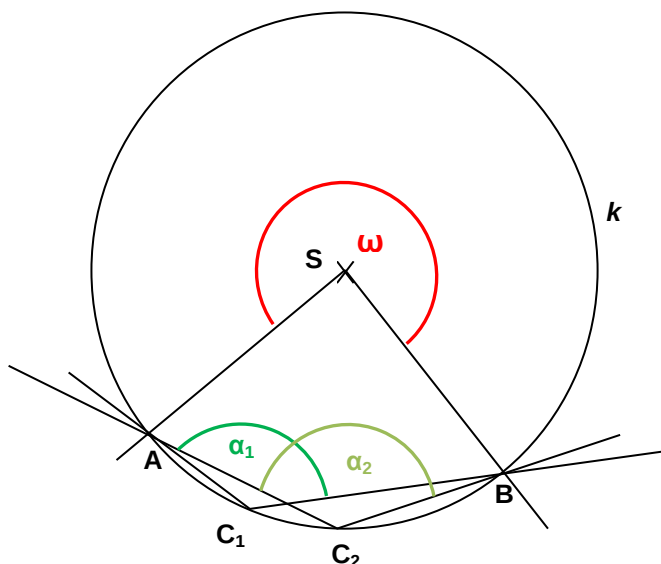
3)



Úhel, jehož vrchol leží na dané kružnici a obě jeho ramena jsou sečnami této kružnice, nazýváme **obvodový úhel**.

Pro $n = 1, 2, 3, \dots$ nazýváme úhly $|\angle AC_n B| = \alpha_n$ **obvodovými úhly, které jsou příslušné menšímu kružnicovému oblouku AB**

4)



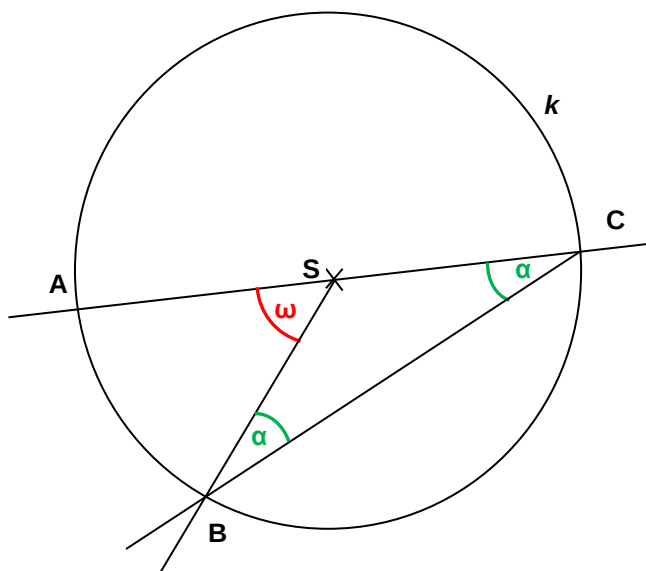
Pro $n = 1, 2, 3, \dots$ nazýváme úhly $|\angle AC_n B| = \alpha_n$ **obvodovými úhly, které jsou příslušné většímu kružnicovému oblouku AB**

Závěr:

Obvodové úhly α_n a středový úhel ω jsou příslušné témuž kružnicovému oblouku AB.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

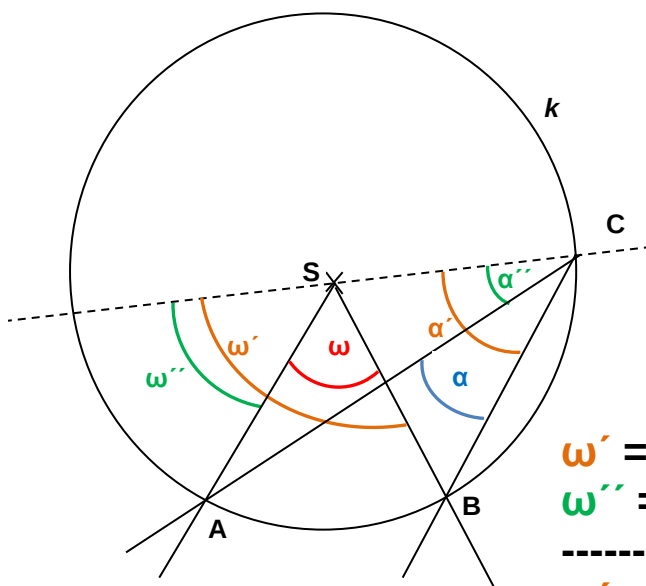
VELIKOST STŘEDOVÉHO A OBVODOVÉHO ÚHLU, KTERÉ JSOU PŘÍSLUŠNÉ TÉMUŽ KRUŽNICOVÉMU OBLOUKU AB



$\triangle BSC$ je rovnoramenný trojúhelník $\Rightarrow$ ω je **vnější úhel** $\triangle BSC$

$$\Rightarrow \omega = \alpha + \alpha$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\omega = 2\alpha}}$$



$$\omega' = 2\alpha'$$

$$\omega'' = 2\alpha''$$

$$\omega' - \omega'' = 2(\alpha' - \alpha'')$$

$$\underline{\underline{\omega = 2\alpha}}$$

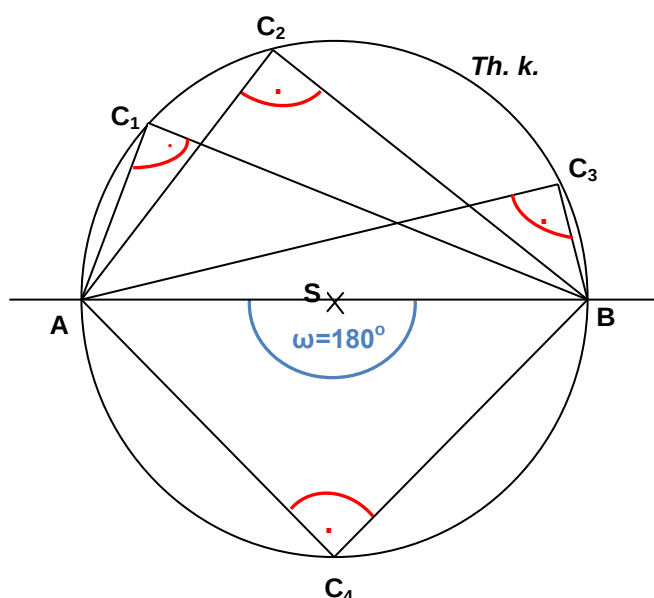


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Závěry:

- 1) Velikost obvodového úhlu je rovna polovině velikosti příslušného úhlu středového (tj. úhlu, který přísluší témuž kružnicovému oblouku AB).
- 2) Kružnicovému oblouku AB přísluší vždy jeden úhel středový a nekonečně mnoho úhlů obvodových.
- 3) Všechny obvodové úhly příslušné témuž kružnicovému oblouku AB jsou shodné.

Poznámka:



Thaletova věta:

Obvodový úhel příslušný k půlkružnici je pravý. $\Rightarrow$ Všechny obvodové úhly sestrojené nad průměrem kružnice jsou pravé.

Úlohy k procvičování:

- 1) Jakých velikostí může nabývat středový a obvodový úhel?
- 2) Kolik středových a kolik obvodových úhlů přísluší témuž oblouku kružnice?
- 3) Jakou velikost má středový úhel, je-li velikost příslušného obvodového úhlu:
 - a) $72^{\circ}15'$
 - b) $62^{\circ}18'$
- 4) Určete velikost obvodového úhlu, je-li velikost příslušného středového úhlu:
 - a) $153^{\circ}42'$
 - b) $91^{\circ}54'$
- 5) Jak se změní velikost středového úhlu, jestliže se velikost příslušného obvodového úhlu:



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- a) zvětší o 30° ,
 - b) zmenší o 15° ,
 - c) zmenší třikrát?
- 6) Jak se změní velikost obvodového úhlu, jestliže velikost příslušného středového úhlu se:
- a) zvětší o 60° ,
 - b) zmenší o 50° ,
 - c) zvětší dvakrát?
- 7) Vypočti velikosti všech vnitřních úhlů čtyřúhelníku ABCD, jehož vrcholy na obvodu ciferníku znázorňují údaje 2, 5, 6, 10.
- 8) Vypočtete velikost vnitřních úhlů v trojúhelníku, který dostanete, spojíte-li na ciferníku hodinek body vyznačující 1, 5, 8.
- 9) Určete velikost obvodového úhlu příslušného k oblouku, jehož délka je:
- a) $\frac{3}{5}$ délky kružnice,
 - b) $\frac{5}{8}$ délky kružnice.
- 10) V pravidelném osmiúhelníku ABCDEFGH vypočtete velikosti vnitřních úhlů ABG a ACE.
- 11) Do kružnice je vepsán čtyřúhelník ABCD tak, že jeho vrcholy dělí kružnici v poměru $1 : 2 : 3 : 4$. Vypočtete velikosti jeho vnitřních úhlů.
- 12) AB je menší oblouk kružnice, obvodový úhel k němu příslušný má velikost 65° . V bodech A, B jsou sestrojeny tečny ke kružnici, bod X je jejich průsečík. Vypočtete velikost úhlu AXB.
- 13) V pravidelném osmiúhelníku ABCDEFGH vypočtete velikosti vnitřních úhlů v trojúhelnících
- a) ABG
 - b) ACE
 - c) BEH
- 14) Dokažte, že spojnice bodů, které vyznačují na ciferníku hodinek hodnoty 1, 6 a 5, 8 jsou k sobě kolmé.

Zdroje použité literatury a obrázků:

Výukové materiály a úlohy a cvičení jsou autorsky vytvořeny pro učební materiál
J. Molnár: Matematika pro střední odborné školy – Planimetrie, Prometheus 2011
E. Pomykalová: Matematika pro gymnázia – Planimetrie, Prometheus 2007
www.google.cz