

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
MATEMATIKA	DRUHÝ	Mgr. Tomáš MAŇÁK	17. května 2012
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
PLANIMETRIE – TROJÚHELNÍK A JEHO URČENÍ			

TROJÚHELNÍK A JEHO URČENÍ

Trojúhelník ABC je průnik tří polorovin ABC, BCA, CAB tj. $\Delta ABC \Leftrightarrow ABC \cap \rightarrow BCA \cap \rightarrow CAB$;
přitom body A, B, C jsou různé a neleží v jedné přímce.

Otázka: *Jaké trojúhelníky znáte podle poměrů stran?*
 Jaké trojúhelníky znáte podle velikostí úhlů?

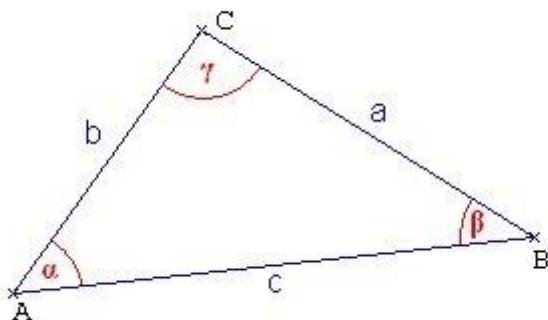


www.e-autoskola.cz, www.svet-bydleni.cz

Věty o určenosti trojúhelníků

Trojúhelník je jednoznačně určen, jsou-li dány:

- délka strany a velikosti dvou k ní přilehlých úhlů, jejichž součet velikostí je menší než 180° (**usu**)
- délky dvou stran a velikost úhlu jimi sevřeného (**sus**)
- dvě různé délky stran a velikost úhlu protilehlého k delší z nich (**Ssu**)
- délky tří stran, pro které platí trojúhelníková nerovnost $|a - b| < c < a + b$ (**sss**)



A, B, C ... vrcholy trojúhelníku

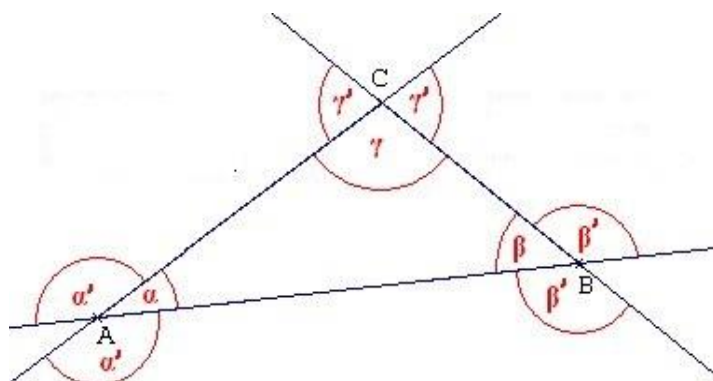
a, b, c ... strany trojúhelníku

α, β, γ ... vnitřní úhly v trojúhelníku

Dále platí: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

http://planimetrie.kvalitne.cz/obrazce_trojuhelnik.html

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



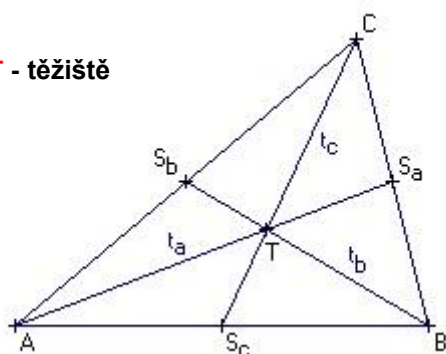
$\alpha', \beta', \gamma' \dots$ **vnější úhly** trojúhelníku

Velikost vnějšího úhlu u jednoho vrcholu trojúhelníku je rovna součtu velikostí vnitřních úhlů u zbývajících dvou vrcholů trojúhelníku.

http://planimetrie.kvalitne.cz/obrazce_trojuhelnik.html

Těžnice:

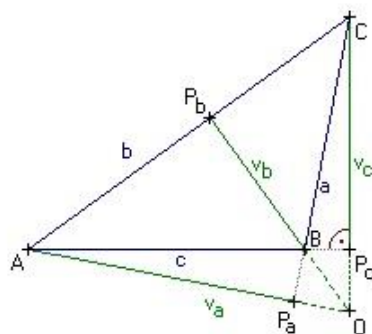
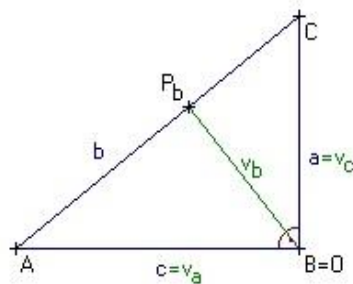
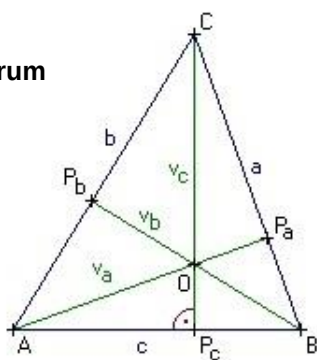
T - těžiště



$$|CT| = \frac{2}{3} t_c; \quad |S_c T| = \frac{1}{3} t_c \quad \text{apod.}$$

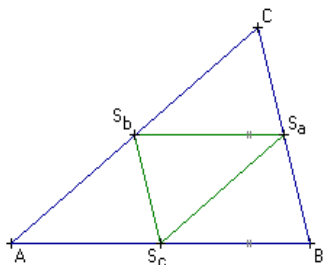
Výšky:

O - ortocentrum



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

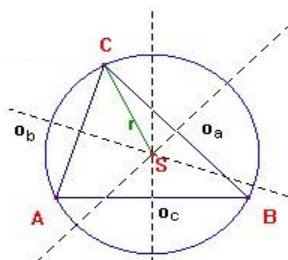
Střední příčky:



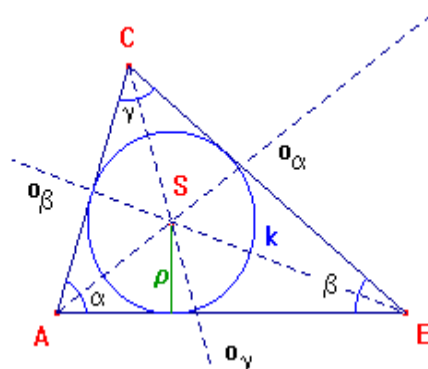
$$S_a S_b \parallel AB; \dots \quad \text{apod.}$$

$$|S_a S_b| = \frac{1}{2} |AB|; \dots \quad \text{apod.}$$

Osy stran:



Osy úhlů:



r - poloměr kružnice opsané trojúhelníku

ρ - poloměr kružnice vepsané do trojúhelníku

Obsah trojúhelníku:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot v_a = \frac{1}{2} b \cdot v_b = \frac{1}{2} c \cdot v_c$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} bc \sin \alpha = \frac{1}{2} ac \sin \beta$$

$$S = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}; \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{abc}{4r}$$

$$S = \rho \cdot s; \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

Obvod trojúhelníku:

$$o = a + b + c$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

SHODNOST TROJÚHELNÍKŮ

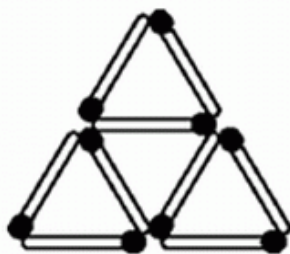
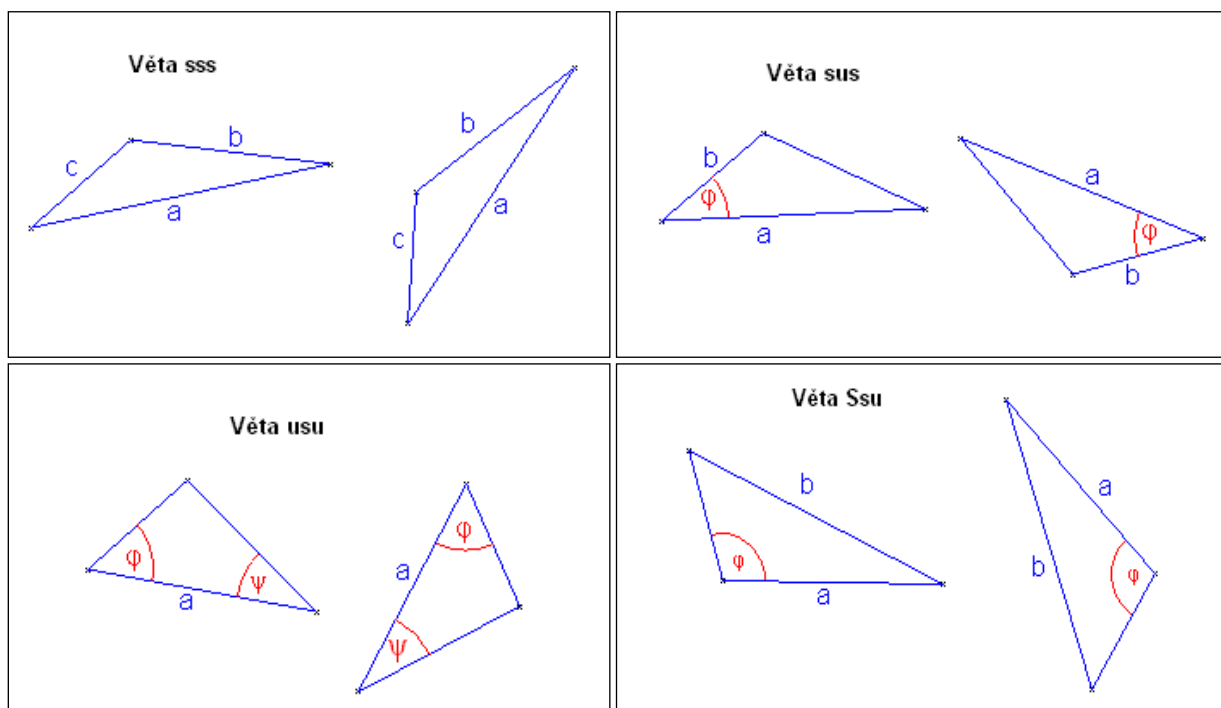
Za shodné považujeme takové trojúhelníky, které lze přemístit tak, že se kryjí.

Dva trojúhelníky jsou shodné, právě když se shodují:

- ve všech třech stranách (věta **sss**)
- ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném (věta **sus**)
- v jedné straně a v obou úhlech k ní přilehlých (věta **usu**)
- ve dvou stranách a v úhlu proti delší z nich (věta **Ssu**)

Symbolické značení:

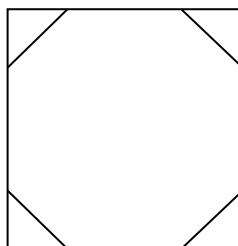
$$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úlohy k procvičování:

- 1) Co víte o těžnicích a středních příčkách trojúhelníku?
- 2) Kolikrát se zvětší obsah trojúhelníku, zvětší-li se délky jeho stran třikrát?
- 3) Osmiúhelníková podložka má být vyříznuta ze čtverce plechu o straně délky 10 cm (viz obrázek). Určete délky odvěsen odříznutých shodných rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků tak, aby hmotnost podložky byla 92 % hmotnosti výchozího materiálu.



- 4) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:
 - a) A, B, T
 - b) c, v_c, t_c
 - c) a, c, v_a
- 5) Vzdálenosti tří míst A, B, C jsou:
 - a) $|AB| = 27 \text{ km}, |AC| = 12 \text{ km}, |BC| = 15 \text{ km},$
 - b) $|AB| = 12 \text{ km}, |AC| = 20 \text{ km}, |BC| = 31 \text{ km}.$
 Leží místa A, B, C na jedné přímce?
- 6) Určete výměru zahrádky ve tvaru trojúhelníku, jehož strany mají délky 20 m, 30 m a 40 m.
- 7) Vypočítejte povrch pravidelného čtyřstěnu o hraně délky 3 cm.
- 8) Jakou délku má strana rovnostranného trojúhelníku, jehož obsah je $S = \sqrt{3} \text{ m}^2$.
- 9) Vypočítejte obsah trojúhelníku ABC, je-li dáno: $|BC| = 5 \text{ cm}, |AC| = 6 \text{ cm}, |\angle ACB| = 30^\circ$.
- 10) Vnější úhel rovnoramenného trojúhelníku má velikost 152° . Vypočítejte velikosti jeho vnitřních úhlů.
- 11) Jsou dány dva úhly o velikostech $72^\circ 33'$ a $86^\circ 49'$. Určete velikosti zbývajících vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníku, jsou-li dané úhly
 - a) oba vnitřní,
 - b) první vnitřní a druhý vnější,
 - c) první vnější a druhý vnitřní,
 - d) oba vnější úhly trojúhelníku.
- 12) Vypočítejte velikosti vnitřních i vnějších úhlů trojúhelníku, jsou-li velikosti vnitřních úhlů v poměru:
 - a) $1 : 2 : 3$
 - b) $8 : 9 : 10$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 13) Vnitřní úhly v trojúhelníku mají velikosti v poměru 2 : 3 : 5. V jakém poměru jsou velikosti jeho vnějších úhlů?
- 14) Mezi vnitřními úhly trojúhelníku platí vztahy: $\alpha = 2\beta$, $\beta = 3\gamma$. Určete je.
- 15) Jakou délku může mít strana c trojúhelníku ABC, je-li $a = 5$ cm, $b = 8$ cm?
- 16) Jsou dány délky dvou stran trojúhelníku ABC: $a = 35$ cm, $b = 18$ cm. Jakým podmínkám musí vyhovovat délka třetí strany?
- 17) Proč musí být v každém kosočtverci aspoň jedna úhlopříčka delší než strana?

Zdroje použité literatury a obrázků:

Výukové materiály a úlohy a cvičení jsou autorsky vytvořeny pro učební materiál.
J. Molnár: Matematika pro střední odborné školy – Planimetrie, Prometheus 2011
E. Pomykalová: Matematika pro gymnázia – Planimetrie, Prometheus 2007

www.e-autoskola.cz

www.svet-bydleni.cz

www.google.cz

www.zena.centrum.cz

www.e-autoskola.cz

www.karlin.mff.cuni.cz

www.iinfo.cz

www.svet-bydleni.cz

http://planimetrie.kvalitne.cz/obrazce_trojuhelnik.html