



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

LINEÁRNÍ LOMENÁ FUNKCE I.

Teorie:

- Funkce daná předpisem $f: y = \frac{ax + b}{cx + d}$, kde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, $ad \neq bc$.
- Grafem je **rovnoosá hyperbola**, jejíž asymptoty jsou rovnoběžné s osami soustavy souřadnic a procházejí středem hyperboly.
- **Asymptota** hyperboly je přímka, která se k hyperbole neomezeně blíží, ale nemá s ní žádný společný bod.

Poznámka:

Jestliže $a = 0$, $c = 0$, dostaneme funkci $f: y = \frac{b}{cx}$

$$\Rightarrow y = \frac{k}{x}, \text{ kde } k = \frac{b}{c} \neq 0$$

Jde o předpis pro nepřímou úměrnost.

Je-li $k > 0$, větve hyperboly leží v 1. a 3. kvadrantu.

Je-li $k < 0$, větve hyperboly leží ve 2. a 4. kvadrantu.

Postup pro zjištění grafu funkce:

- Zjistíme střed hyperboly a sestojíme jeho obraz v souřadném systému.
- Načtneme asymptoty, které prochází středem hyperboly a jsou rovnoběžné s osami x a y .
- Zjistíme souřadnice aspoň dvou bodů ležících na grafu funkce (zvolíme x -ovou souřadnici bodu, dosadíme ji do zadání funkce a vypočítáme y -ovou souřadnici).
- Druhou větev hyperboly sestojíme jako středově souměrnou větev podle středu souměrnosti S .
- Vyznačené body spojíme tak, aby odpovídaly grafu lineárně lomené funkce – rovnoosé hyperbole.

Řešené úlohy:

Načrtněte grafy funkcí:

Příklad 1.

$$f: y = \frac{x - 2}{x + 1}$$

Řešení:

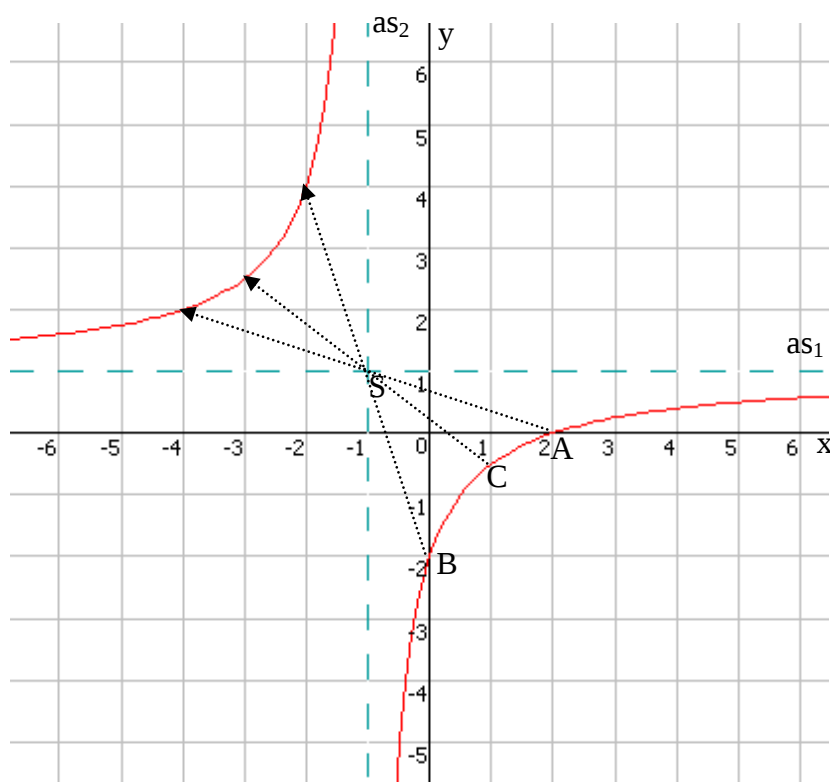
- Předpis funkce upravíme dělením:

$$(x - 2) \div (x + 1) = 1 - \frac{3}{x + 1}$$

$$\frac{-(x + 1)}{-3}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Dostaneme funkci $f: y = -\frac{3}{x+1} + 1$
- Zjistíme střed hyperboly $S = [-1, 1]$.
- Asymptoty $as_{1,2}$ prochází středem S a jsou rovnoběžné s osami x a y (přímky $x = -1$, $y = 1$).
- Uvědomíme si, že $k = 5 \Rightarrow$ větve hyperboly leží v posunutém 2. a 4. kvadrantu.
Viz poznámka.
- Zjistíme souřadnice bodů ležících na grafu funkce: $A = [2, 0]$, $B = [0, -2]$, $C = \left[1, -\frac{1}{2}\right]$
- Druhou větev hyperboly sestojíme jako středově souměrnou větev podle středu S .



Příklad 2:

$$f: y = \frac{2x+3}{x-1}$$

Řešení:

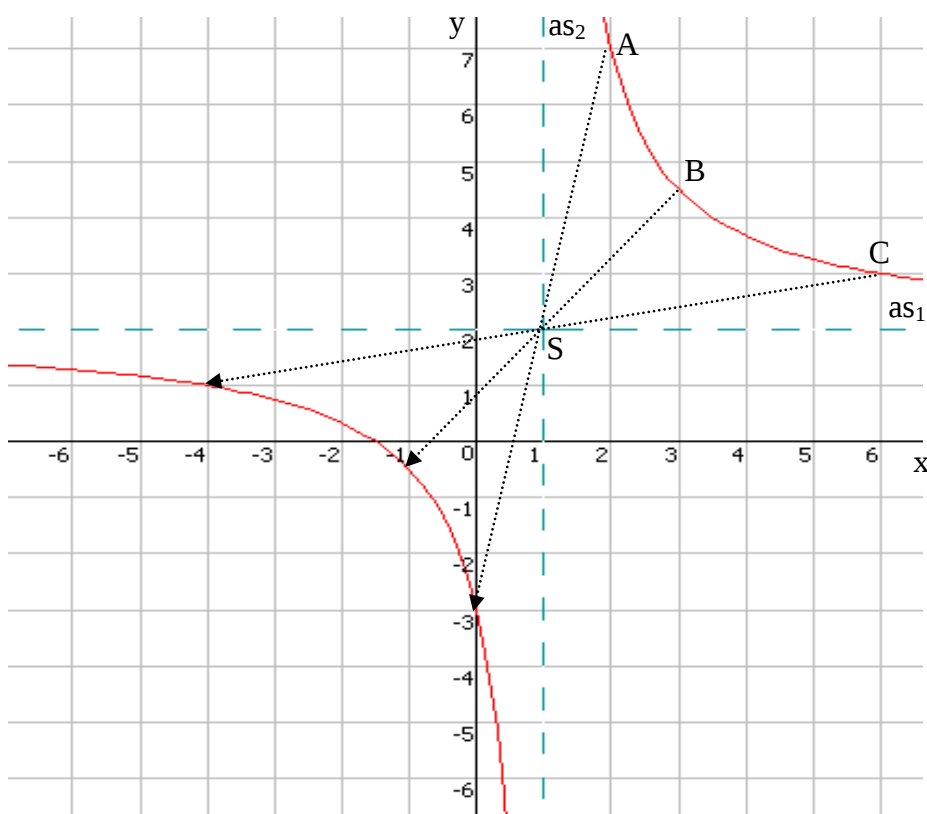
- Předpis funkce upravíme dělením:

$$(2x+3) \div (x-1) = 2 + \frac{5}{x-1}$$

$$\frac{-(2x-2)}{5}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Dostaneme funkci $f: y = \frac{5}{x-1} + 2$
- Zjistíme střed hyperboly $S = [1, 2]$.
- Asymptoty $as_{1,2}$ prochází středem S a jsou rovnoběžné s osami x a y (přímky $x = 1$, $y = 2$).
- Uvědomíme si, že $k = 5 \Rightarrow$ větve hyperboly leží v posunutém 1. a 3. kvadrantu.
Viz poznámka.
- Zjistíme souřadnice bodů ležících na grafu funkce: $A = [2, 7]$, $B = \left[3, \frac{9}{2}\right]$, $C = [6, 3]$
- Druhou větev hyperboly sestojíme jako středově souměrnou větev podle středu S .



Příklad 3:

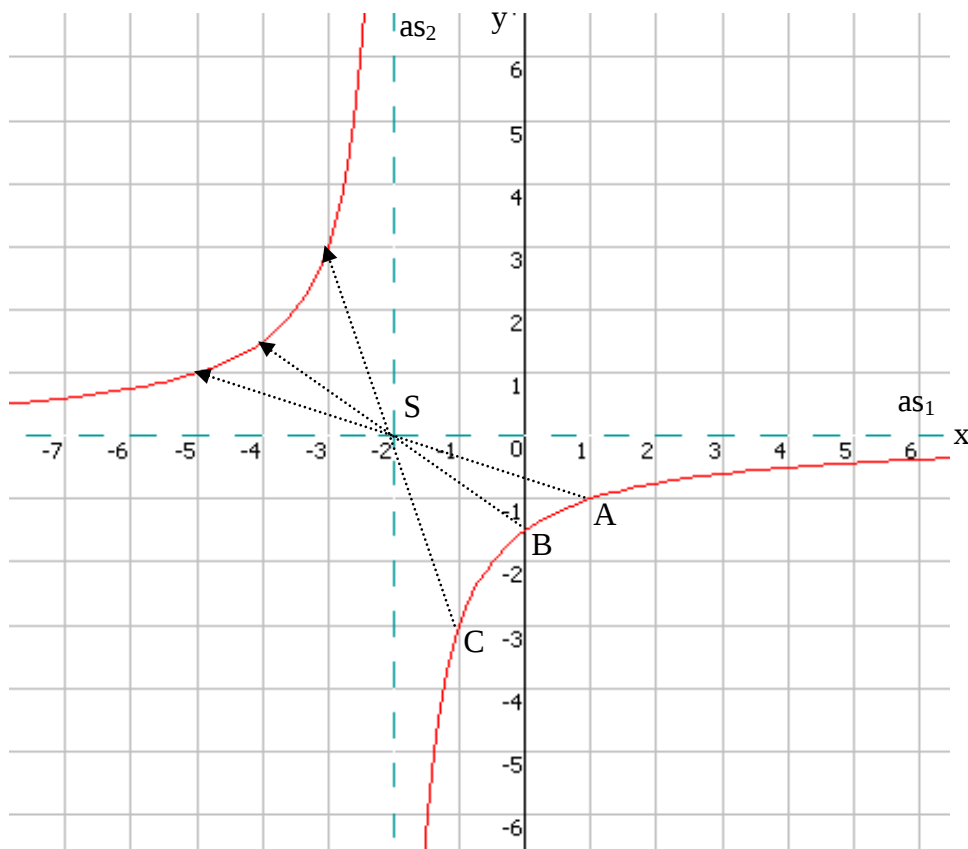
$$f: y = -\frac{3}{x+2}$$

Řešení:

- Střed hyperboly $S = [-2, 0]$.
- Asymptoty $as_{1,2}$ prochází středem S a jsou rovnoběžné s osami x a y (přímky $x = -2$, $y = 0$).
- Všimneme si, že $k = -3 \Rightarrow$ větve hyperboly leží v posunutém 2. a 4. kvadrantu.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- Zjistíme souřadnice bodů ležících na grafu funkce: $A = [1, -1]$, $B = \left[0, -\frac{3}{2}\right]$, $C = [-1, -3]$
- Druhou větev hyperboly sestojíme jako středově souměrnou větev podle středu S.



Příklad 4:

f: $y = 3 - \frac{2}{x+1}$

Řešení:

- Funkci přepíšeme do tvaru $y = -\frac{2}{x+1} + 3$.
- Zjistíme střed hyperboly $S = [-1, 3]$.
- Asymptoty $as_{1,2}$ prochází středem S a jsou rovnoběžné s osami x a y (přímky $x = -1$, $y = 3$).
- Všimneme si, že $k = -2 \Rightarrow$ větve hyperboly leží v posunutém 2. a 4. kvadrantu.
- Body: $A = [0, 1]$, $B = [1, 2]$, $C = \left[3, \frac{5}{2}\right]$
- Druhou větev hyperboly sestojíme jako středově souměrnou větev podle středu S.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

