



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KVADRATICKÉ ROVNICE S PARAMETREM (řešené v množině R)

Motivace:

V minulých hodinách matematiky jste získali zkušenosti s řešením rovnic s parametrem, které vedly k lineárním rovnicím s jednou neznámou. Je zřejmé, že parametry se mohou vyskytovat i v dalších typech rovnic – např. kvadratických.

Setkáváme se s nimi při řešení úloh, jejichž zadání je téměř stejné, liší se jen některými číselnými údaji.

Teorie:

Parametr je další proměnná, která se v rovnici vyskytuje kromě neznámé. V zadání úlohy je vždy uvedeno, které písmeno značí neznámou a které parametr.

Parametrická rovnice představuje zápis všech rovnic, které získáme dosazením konstant z oboru parametru za parametr. Proto při řešení takovýchto rovnic **mějte na paměti**, že **parametr** zastupuje číslo; **nezaměňujte jej za neznámou** !

Kvadratická rovnice s neznámou x a parametrem p je vlastně najednou zapsané větší množství rovnic - pro různé hodnoty parametru p jde o různé rovnice.

Vyřešit kvadratickou rovnici s parametrem znamená vyřešit všechny tyto rovnice, tj. určit množiny všech řešení odpovídající jednotlivým hodnotám parametru. Při řešení kvadratických rovnic s parametrem používáme vzorce pro výpočet diskriminantu a diskutujeme o jeho kladnosti, zápornosti a nulové hodnotě. Tím se dostáváme k řešení dalších lineárních nebo kvadratických nerovnic v pomocných výpočtech.

Často při řešení kvadratické rovnice s parametrem hledáme přípustné hodnoty parametru tak, aby kořeny rovnice splňovaly požadované vlastnosti.

Poznámka:

Připomeňme si diskusi řešení kvadratické rovnice

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; a \in R - \{0\}, b, c \in R$$

a ... kvadratický koeficient

b ... lineární koeficient

c ... absolutní koeficient.....kvadratické rovnice

$$\text{diskriminant: } D = b^2 - 4ac$$

$$D > 0 \Rightarrow \text{rovnice má dva různé reálné kořeny} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = 0 \Rightarrow \text{rovnice má jeden dvojnásobný reálný kořen} \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

$$D < 0 \Rightarrow \text{rovnice nemá řešení v } R \text{ (žádný reálný kořen)}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Řešené úlohy:

Příklad 1.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $p \in \mathbb{R}$

$$x^2 + 6x + p = 0$$

Řešení:

1) Rovnice **je vždy kvadratická** ($a = 1$). Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = 1, b = 6, c = p$

2) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot p = 36 - 4p$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$D = 36 - 4p$		
$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$36 - 4p > 0$ $-4p > -36 \quad \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ $p < 9$	$36 - 4p = 0$ $-4p = -36 \quad \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ $p = 9$	$36 - 4p < 0$ $-4p < -36 \quad \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ $p > 9$
pro $p \in (-\infty; 9)$ má rovnice 2 různé R-kořeny $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$ $x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4p}}{2 \cdot 1} =$ $= \frac{-6 \pm \sqrt{4 \cdot (9 - p)}}{2} =$ $= \frac{-6 \pm 2\sqrt{9 - p}}{2} =$ $= \frac{2 \cdot (-3 \pm \sqrt{9 - p})}{2} =$ $= \underline{\underline{-3 \pm \sqrt{9 - p}}}$	pro $p = 9$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot 1} = \underline{\underline{-3}}$	pro $p \in (9; +\infty)$ rovnice nemá řešení v $\mathbb{R}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

p	K (množina kořenů)
$p \in (-\infty; 9)$	$\{-3 + \sqrt{9-p}; -3 - \sqrt{9-p}\}$
$p = 9$	$\{-3\}$
$p \in (9; +\infty)$	$\emptyset$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 2.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $m \in \mathbb{R}$

$$x^2 - 2mx - m^2 + 8 = 0$$

Řešení:

1) Rovnice **je vždy kvadratická** ($a = 1$). Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = 1, b = -2m, c = -m^2 + 8$

2) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m^2 + 8) = 4m^2 + 4m^2 - 32 = 8m^2 - 32$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$D = 8m^2 - 32$

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$8m^2 - 32 > 0$ $8m^2 > 32 \quad : \left(\frac{1}{8}\right)$ $m^2 > 4$ $ m > 2$ pro $m \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ má rovnice 2 různé R-kořeny $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$ $x_{1,2} = \frac{2m \pm \sqrt{8m^2 - 32}}{2 \cdot 1} =$ $= \frac{2m \pm \sqrt{4 \cdot (2m^2 - 8)}}{2} =$ $= \frac{2m \pm 2 \cdot \sqrt{2m^2 - 8}}{2} =$ $= \frac{2 \cdot (m \pm \sqrt{2m^2 - 8})}{2} =$ $= \underline{\underline{m \pm \sqrt{2m^2 - 8}}}$	$8m^2 - 32 = 0$ $8m^2 = 32 \quad : \left(\frac{1}{8}\right)$ $m^2 = 4$ $ m = 2$ $m_1 = 2$ $m_2 = -2$ pro $m_1 = 2$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen: $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2 \cdot 1} = \frac{2 \cdot 2}{2} =$ $= \frac{4}{2} = 2$ pro $m_2 = -2$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen: $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2 \cdot 1} =$ $= \frac{2 \cdot (-2)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$	$8m^2 - 32 < 0$ $8m^2 < 32 \quad : \left(\frac{1}{8}\right)$ $m^2 < 4$ $ m < 2$ pro $m \in (-2; 2)$ rovnice nemá řešení v $\mathbb{R}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

m	K (množina kořenů)
$m \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$	$\{m + \sqrt{2m^2 - 8}; m - \sqrt{2m^2 - 8}\}$
$m = 2$	$\{2\}$
$m = -2$	$\{-2\}$
$m \in (-2; 2)$	$\emptyset$

Příklad 3.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $p \in \mathbb{R}$

$$px^2 + (2p + 3)x + p + \frac{3}{4} = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je parametr $p \Rightarrow (a = p)$. Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická $\Rightarrow p = 0; p \neq 0$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2) $p = 0 \Rightarrow$ za parametr p do původní rovnice dosadíme číslo 0 $\Rightarrow$ **rovnice je lineární** $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 \cdot x^2 + (2 \cdot 0 + 3)x + 0 + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow 3x + \frac{3}{4} = 0$$

$$3x = -\frac{3}{4}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

3) $p \neq 0 \Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = p, b = 2p + 3, c = p + \frac{3}{4}$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (2p + 3)^2 - 4 \cdot p \cdot (p + \frac{3}{4}) = 4p^2 + 12p + 9 - 4p^2 - 3p = 9p + 9$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$D = 9p + 9$		
$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$9 + 9p > 0$ $9p > -9 \quad \cdot \left(\frac{1}{9}\right)$ $p > -1$	$9 + 9p = 0$ $9p = -9 \quad \cdot \left(\frac{1}{9}\right)$ $p = -1$	$9 + 9p < 0$ $9p < -9 \quad \cdot \left(\frac{1}{9}\right)$ $p < -1$
pro $p \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$ má rovnice 2 různé R-kořeny	pro $p = -1$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen	pro $p \in (-\infty; -1)$ rovnice nemá řešení v R
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$ $x_{1,2} = \frac{-(2p + 3) \pm \sqrt{9p + 9}}{2 \cdot p} =$ $= \frac{-2p - 3 \pm \sqrt{9 \cdot (p + 1)}}{2p} =$ $= \frac{-2p - 3 \pm 3\sqrt{p + 1}}{2p}$	$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2p + 3}{2 \cdot p} =$ $= -\frac{2 \cdot (-1) + 3}{2 \cdot (-1)} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$	

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

p	K (množina kořenů)
$p = 0$	$\left\{-\frac{1}{4}\right\}$
$p \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$	$\left\{\frac{-2p-3+3\sqrt{p+1}}{2p}, \frac{-2p-3-3\sqrt{p+1}}{2p}\right\}$
$p = -1$	$\left\{\frac{1}{2}\right\}$
$p \in (-\infty; -1)$	$\emptyset$

Příklad 4.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $p \in \mathbb{R}$

$$px^2 + (2p+1)x + p - 4 = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je parametr $p \Rightarrow (a = p)$. Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická $\Rightarrow p = 0; p \neq 0$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

- 2) $p = 0 \Rightarrow$ za parametr p do původní rovnice dosadíme číslo 0 $\Rightarrow$ **rovnice je lineární** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 \cdot x^2 + (2 \cdot 0 + 1)x + 0 - 4 = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

- 3) $p \neq 0 \Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = p, b = 2p + 1, c = p - 4$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (2p + 1)^2 - 4 \cdot p \cdot (p - 4) = 4p^2 + 4p + 1 - 4p^2 + 16p = 20p + 1$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$D = 20p + 1$		
$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$20p + 1 > 0$ $20p > -1 \quad \cdot \left(\frac{1}{20}\right)$ $p > -\frac{1}{20}$	$20p + 1 = 0$ $20p = -1 \quad \cdot \left(\frac{1}{20}\right)$ $p = -\frac{1}{20}$	$20p + 1 < 0$ $20p < -1 \quad \cdot \left(\frac{1}{20}\right)$ $p < -\frac{1}{20}$
pro $p \in \left(-\frac{1}{20}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ má rovnice 2 různé R-kořeny	pro $p = -\frac{1}{20}$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen	pro $p \in \left(-\infty; -\frac{1}{20}\right)$ rovnice nemá řešení v R
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$ $x_{1,2} = \frac{-(2p + 1) \pm \sqrt{20p + 1}}{2p}$	$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2p + 1}{2 \cdot p} =$ $= -\frac{2 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right) + 1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right)} =$ $= -\frac{-\frac{1}{10} + 1}{-\frac{1}{10}} = -\frac{\frac{9}{10}}{-\frac{1}{10}} =$ $= \frac{9}{10} \cdot 10 = 9$	

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

p	K (množina kořenů)
$p = 0$	$\{4\}$
$p \in \left(-\frac{1}{20}; 0\right) \cup (0; +\infty)$	$\left\{ \frac{-2p-1+\sqrt{20p+1}}{2p}; \frac{-2p-1-\sqrt{20p+1}}{2p} \right\}$
$p = -\frac{1}{20}$	$\{9\}$
$p \in \left(-\infty; -\frac{1}{20}\right)$	$\emptyset$

Příklad 5.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $m \in \mathbb{R}$

$$mx^2 + 2mx + 4 = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je parametr $m \Rightarrow (a = m)$. Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická $\Rightarrow m = 0; m \neq 0$.

2) $m = 0 \Rightarrow$ za parametr m do původní rovnice dosadíme číslo 0 $\Rightarrow$ **rovnice je lineární** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 \cdot x^2 + 2 \cdot 0 \cdot x + 4 = 0 \Rightarrow 0x + 4 = 0$
 $0x = -4 \Rightarrow$ nepravdivý výrok $\Rightarrow K = \emptyset$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3) $m \neq 0 \Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = m, b = 2m, c = 4$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (2m)^2 - 4 \cdot m \cdot 4 = 4m^2 - 16m = 4m \cdot (m - 4)$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$$D = 4m \cdot (m - 4)$$

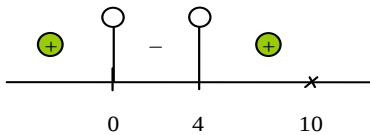


$$D > 0$$

$$4m \cdot (m - 4) > 0 \quad / \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$m \cdot (m - 4) > 0$$

dále řešíme metodou nulových bodů:



$$\text{pro } m \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$$

má rovnice **2 různé R-kořeny**

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$$

$$x_{1,2} = \frac{-2m \pm \sqrt{4m(m-4)}}{2m} =$$

$$= \frac{-2m \pm 2 \cdot \sqrt{m(m-4)}}{2m} =$$

$$= \frac{2 \cdot (-m \pm \sqrt{m^2 - 4m})}{2m} =$$

$$= \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4m}}{m}$$

$$D = 0$$

$$4m \cdot (m - 4) = 0 \quad / \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$m \cdot (m - 4) = 0$$

$$m_1 = 0 \vee m_2 = 4$$

pro $m_1 = 0$ (viz krok 2.) $\Rightarrow$
rovnice není kvadratická $\Rightarrow$
 $m_1 \neq 0$

pro $m_2 = 4$ má rovnice **1 dvojnásobný reálný kořen**

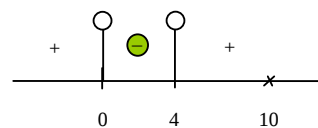
$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2m}{2m} = -1$$

$$D < 0$$

$$4m \cdot (m - 4) < 0 \quad / \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$m \cdot (m - 4) < 0$$

dále řešíme metodou nulových bodů:



pro $m \in (0; 4)$ rovnice **nemá řešení v R**

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

m	K (množina kořenů)
$m = 0$	$\emptyset$
$m \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$	$\left\{ \frac{-m + \sqrt{m^2 - 4m}}{m}; \frac{-m - \sqrt{m^2 - 4m}}{m} \right\}$
$m = 4$	$\{-1\}$
$m \in (0; 4)$	$\emptyset$

Příklad 6.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $m \in \mathbb{R}$

$$(m+3)x^2 + (2m+3)x + m+4 = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je výraz s parametrem $m \Rightarrow (a = m+3) \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická $\Rightarrow$
 $\Rightarrow m+3 = 0; m+3 \neq 0$.

2) $m+3 = 0 \Rightarrow \boxed{m = -3} \Rightarrow$ za parametr m do původní rovnice dosadíme číslo $(-3) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{rovnice je lineární} \Rightarrow 0 \cdot x^2 + (-6+3) \cdot x - 3 + 4 = 0 \Rightarrow -3x + 1 = 0$$

$$-3x = -1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3) $m + 3 \neq 0 \Rightarrow m \neq -3 \Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = m + 3, b = 2m + 3, c = m + 4$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (2m + 3)^2 - 4 \cdot (m + 3) \cdot (m + 4) = 4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m - 48 = -16m - 39$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$$D = -16m - 39$$

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$-16m - 39 > 0$ $-16m > 39 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{16}\right)$ $m < -\frac{39}{16}$	$-16m - 39 = 0$ $-16m = 39 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{16}\right)$ $m = -\frac{39}{16}$	$-16m - 39 < 0$ $-16m < 39 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{16}\right)$ $m > -\frac{39}{16}$
pro $m \in (-\infty; -3) \cup \left(-3; -\frac{39}{16}\right)$	pro $m = -\frac{39}{16}$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen	pro $m \in \left(-\frac{39}{16}; +\infty\right)$ rovnice nemá řešení v R
má rovnice 2 různé R-kořeny $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$ $x_{1,2} = \frac{-(2m + 3) \pm \sqrt{-16m - 39}}{2(m + 3)}$	$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2m + 3}{2(m + 3)} =$ $2 \cdot \left(-\frac{39}{16}\right) + 3 =$ $2 \cdot \left(-\frac{39}{16} + 3\right) =$ $-\frac{39}{8} + 3 = -\frac{15}{8}$ $-\frac{39}{8} + 6 = \frac{9}{8}$ $= \frac{15}{8} \cdot \frac{8}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$	

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

m	K (množina kořenů)
$m = -3$	$\left\{\frac{1}{3}\right\}$
$m \in (-\infty; -3) \cup \left(-3; -\frac{39}{16}\right)$	$\left\{\frac{-(2m+3) + \sqrt{-16m-39}}{2(m+3)}; \frac{-(2m+3) - \sqrt{-16m-39}}{2(m+3)}\right\}$
$m = -\frac{39}{16}$	$\left\{\frac{5}{3}\right\}$
$m \in \left(-\frac{39}{16}; +\infty\right)$	$\emptyset$

Příklad 7.

Řešte v R kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $m \in R$

$$(m^2 - 1)x^2 + 2mx + 1 = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je výraz s parametrem $m \Rightarrow (a = m^2 - 1) \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow m^2 - 1 = 0; m^2 - 1 \neq 0$

$$2) m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow |m| = 1 \Rightarrow m_1 = 1 \vee m_2 = -1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ A) $m_1 = 1 \Rightarrow$ za parametr m do původní rovnice dosadíme číslo 1 $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{rovnice je lineární} \Rightarrow 0.x^2 + 2.1.x + 1 = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ B) $m_1 = -1 \Rightarrow$ za parametr m do původní rovnice dosadíme číslo $(-1) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{rovnice je lineární} \Rightarrow 0.x^2 + 2.(-1).x + 1 = 0 \Rightarrow -2x + 1 = 0$$

$$-2x = -1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3) $m^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow \boxed{m \neq \pm 1} \Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = m^2 - 1, b = 2m, c = 1$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (2m)^2 - 4 \cdot (m^2 - 1) \cdot 1 = 4m^2 - 4m^2 + 4 = 4 \Rightarrow \text{rovnice má za podmínky } m \neq \pm 1$$

vždy kladný diskriminant $\Rightarrow$ pro $\underline{m \in R - \{1; -1\}}$ má rovnice **2 různé R-kořeny** $\Rightarrow$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2m \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (m^2 - 1)} = \frac{-2m \pm 2}{2(m-1)(m+1)} = \frac{-2(m \mp 1)}{2(m-1)m+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-2(m-1)}{2(m-1)m+1} = \frac{-2}{2 \cdot (m+1)} = -\frac{1}{m+1}$$

$$x_2 = \frac{-2(m+1)}{2(m-1)m+1} = \frac{-2}{2 \cdot (m-1)} = -\frac{1}{m-1}$$

5) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

6) Zapišeme shrnutí:

m	K (množina kořenů)
$m = 1$	$\left\{ -\frac{1}{2} \right\}$
$m = -1$	$\left\{ \frac{1}{2} \right\}$
$m \in R - \{1; -1\}$	$\left\{ -\frac{1}{m+1}; -\frac{1}{m-1} \right\}$

Příklad 8.

Řešte v R kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $t \in R$

$$tx^2 + t^2x + t = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je parametr $t \Rightarrow (a = t) \Rightarrow$ Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická $\Rightarrow t = 0; t \neq 0$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2) $t = 0$ $\Rightarrow$ za parametr t do původní rovnice dosadíme číslo 0 $\Rightarrow$ **rovnice je lineární** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 \cdot x^2 + 0^2 \cdot x + 0 = 0 \Rightarrow 0x = 0 \Rightarrow$ pravdivý výrok $\Rightarrow K = R$

3) $t \neq 0$ $\Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow tx^2 + t^2x + t = 0 \quad / \cdot \left(\frac{1}{t}\right) \Rightarrow$ rovnici lze ekvivalentními

úpravami převést na tvar: $x^2 + tx + 1 = 0 \Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = 1, b = t, c = 1$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = t^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = t^2 - 4$$

3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$D = t^2 - 4$		
$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$t^2 - 4 > 0$ $t^2 > 4$ $ t > 2$	$t^2 - 4 = 0$ $t^2 = 4$ $ t = 2$ $t_1 = 2 \vee t_2 = -2$	$t^2 - 4 < 0$ $t^2 < 4$ $ t < 2$
pro $t \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ má rovnice 2 různé R-kořeny $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$ $x_{1,2} = \frac{-t \pm \sqrt{t^2 - 4}}{2}$	pro $t_1 = 2$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{t}{2} = -\frac{2}{2} =$ $= -1$ pro $t_2 = -2$ má rovnice 1 dvojnásobný reálný kořen $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{t}{2} = -\frac{-2}{2} =$ $= 1$	pro $t \in (-2; 0) \cup (0; 2)$ rovnice nemá řešení v R

..

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

t	K (množina kořenů)
$t = 0$	$\mathbb{R}$
$t \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$	$\left\{ \frac{-t + \sqrt{t^2 - 4}}{2}; \frac{-t - \sqrt{t^2 - 4}}{2} \right\}$
$t = 2$	$\{-1\}$
$t = -2$	$\{1\}$
$t \in (-2; 0) \cup (0; 2)$	$\emptyset$

Příklad 9.

Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $a \in \mathbb{R}$

$$2ax^2 + ax + 1 = 0$$

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je výraz s parametrem $(2a) \Rightarrow$ Proto vedeme diskusi, za jakých podmínek bude rovnice lineární a za jakých kvadratická $\Rightarrow 2a = 0; 2a \neq 0$.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2) $2a = 0 \Rightarrow \boxed{a = 0} \Rightarrow$ za parametr a do původní rovnice dosadíme číslo 0 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ **rovnice je lineární** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 2 \cdot 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 1 = 0 \Rightarrow 0x + 1 = 0$
 $0x = -1 \Rightarrow$ nepravdivý výrok $\Rightarrow K = \emptyset$

3) $2a \neq 0 \Rightarrow \boxed{a \neq 0} \Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow a = 2a, b = a, c = 1$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = a^2 - 4 \cdot 2a \cdot 1 = a^2 - 8a = a \cdot (a - 8)$$

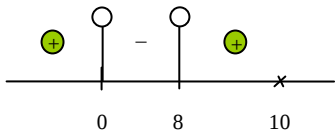
3) Diskutujeme řešení diskriminantu:

$D = a \cdot (a - 8)$

$D > 0$

$a \cdot (a - 8) > 0$

dále řešíme metodou nulových bodů:



pro $a \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$
má rovnice 2 různé R-kořeny

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$$

$$x_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 8a}}{2 \cdot 2a} =$$

$$= \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 8a}}{4a}$$

$D = 0$

$a \cdot (a - 8) = 0$

$a_1 = 0 \vee a_2 = 8$

pro $a_1 = 0$ (viz krok 2.) $\Rightarrow$
 rovnice není kvadratická
 $\Rightarrow a_1 \neq 0$

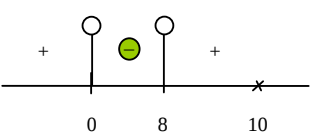
pro $a_2 = 8$ má rovnice **1 dvojnásobný reálný kořen**

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} = -\frac{a}{2 \cdot 2a} = -\frac{1}{4}$$

$D < 0$

$a \cdot (a - 8) < 0$

dále řešíme metodou nulových bodů:



pro $a \in (0; 8)$ rovnice **nemá řešení v R**

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Provedení zkoušky ponecháváme na čtenáři.

5) Zapišeme shrnutí:

a	K (množina kořenů)
$a = 0$	$\emptyset$
$a \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$	$\left\{ \frac{-a + \sqrt{a^2 - 8a}}{4a}; \frac{-a - \sqrt{a^2 - 8a}}{4a} \right\}$
$a = 8$	$\left\{ -\frac{1}{4} \right\}$
$a \in (0; 8)$	$\emptyset$

Příklad 10.

Pro která $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $x^2 + 2mx + 1 = 0$ dva různé reálné kořeny?

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je $a = 1 \Rightarrow$ **rovnice je vždy kvadratická** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici: $\Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 1, b = 2m, c = 1$

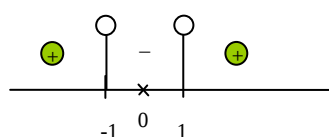
2) Kvadratická rovnice má dva různé reálné kořeny, je-li její diskriminant $D > 0$

3) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4m^2 - 4 = 4(m^2 - 1) = 4(m - 1) \cdot (m + 1)$$

3) Položíme $D > 0$ (viz výše) a nerovnici vyřešíme $\Rightarrow 4(m - 1) \cdot (m + 1) > 0 \quad / \cdot \frac{1}{4}$
 $(m - 1) \cdot (m + 1) > 0$

řešíme metodou nulových bodů



$\Rightarrow$ **Závěr:** $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 11.

Pro která $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $4x^2 - 6mx + 2m^2 - 4m - 15 = 0$ alespoň jeden reálný kořen?

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je $a = 4 \Rightarrow$ **rovnice je vždy kvadratická** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici $\Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 4, b = -6m, c = 2m^2 - 4m - 15$

2) Kvadratická rovnice má aspoň jeden reálný kořen, je-li její diskriminant $D \geq 0$

3) Vypočteme diskriminant:

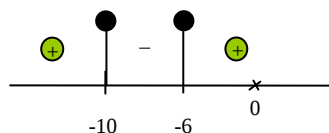
$$D = b^2 - 4ac = (-6m)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2m^2 - 4m - 15) = 36m^2 - 32m^2 + 64m + 240 = 4m^2 + 64m + 240$$

3) Položíme $D \geq 0$ (viz výše) a nerovnici vyřešíme $\Rightarrow 4m^2 + 64m + 240 \geq 0 \quad / \cdot \frac{1}{4}$
 $m^2 + 16m + 60 \geq 0$

řešíme rozkladem na součin kořenových činitelů

$$(m+10) \cdot (m+6) \geq 0$$

dále řešíme metodou nulových bodů



$\Rightarrow$ **Závěr:** $m \in (-\infty; -10] \cup [-6; +\infty)$

Příklad 12.

Pro která $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $mx^2 + (2m-2)x + m+1 = 0$ alespoň jeden reálný kořen?

Řešení:

1) **$m = 0$** $\Rightarrow$ **rovnice je lineární** $\Rightarrow 0 \cdot x^2 + (2 \cdot 0 - 2)x + 0 + 1 = 0 \Rightarrow -2x + 1 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$, což vyhovuje zadání úlohy

2) **$m \neq 0$** $\Rightarrow$ **rovnice je kvadratická** $\Rightarrow$ uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici $\Rightarrow a = m, b = 2m-2, c = m+1$

3) Kvadratická rovnice má aspoň jeden reálný kořen, je-li její diskriminant $D \geq 0$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4) Vypočteme diskriminant:

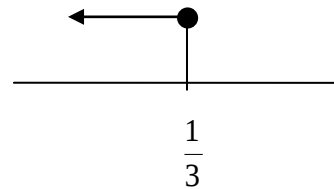
$$D = b^2 - 4ac = (2m - 2)^2 - 4 \cdot m \cdot (m + 1) = 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 - 4m = -12m + 4$$

5) Položíme $D \geq 0$ (viz výše) a nerovnici vyřešíme $\Rightarrow -12m + 4 \geq 0 \quad / \cdot \frac{1}{4}$

$$-3m + 1 \geq 0$$

$$-3m \geq -1 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$m \leq \frac{1}{3}$$



$$\Rightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$$

$$\Rightarrow \text{Závěr (kroku 1. – 5.): } \underline{m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]}$$

Příklad 13.

Pro která $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $3x^2 + mx + 3 = 0$ jeden dvojnásobný reálný kořen?

Řešení:

1) Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je $a = 3 \Rightarrow$ **rovnice je vždy kvadratická** $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici $\Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 3, b = m, c = 3$

2) Kvadratická rovnice má jeden dvojnásobný reálný kořen, je-li její diskriminant $D = 0$

3) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = m^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = m^2 - 36$$

3) Položíme $D = 0$ (viz výše) a rovnici vyřešíme $\Rightarrow m^2 - 36 = 0$
 $m^2 = 36$
 $|m| = 6$
 $m_{1,2} = \pm 6$

$$\Rightarrow \text{Závěr: } \underline{m \in \{\pm 6\}}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 14.

Pro která $m \in R$ má rovnice $mx^2 + 4mx - 1 = 0$ jeden dvojnásobný reálný kořen?

Řešení:

$$1) \boxed{m = 0} \Rightarrow \text{rovnice je lineární} \Rightarrow 0 \cdot x^2 + 4 \cdot 0 \cdot x - 1 = 0 \Rightarrow 0x - 1 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 \cdot x = 1 \Rightarrow \text{nepravdivý výrok} \Rightarrow \text{nevyhovuje zadání úlohy}$$

$$2) \boxed{m \neq 0} \Rightarrow \text{rovnice je kvadratická} \Rightarrow \text{uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici} \Rightarrow a = m, b = 4m, c = -1$$

3) Kvadratická rovnice má jeden dvojnásobný reálný kořen, je-li její diskriminant $D = 0$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (4m)^2 - 4 \cdot m \cdot (-1) = 16m^2 + 4m = 4m \cdot (4m + 1)$$

$$5) \text{ Položíme } D = 0 \text{ (viz výše) a rovnici vyřešíme} \Rightarrow 4m(4m + 1) = 0$$

$$m_1 = 0; \quad m_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Závěr (kroku 1. – 5.): } \underline{m \in \left\{ -\frac{1}{4} \right\}}$$

Příklad 15.

Pro která $m \in R$ má rovnice $3x^2 - 2mx + 3m = 0$ jeden reálný kořen?

Řešení:

$$1) \text{ Všimneme si, že kvadratickým koeficientem rovnice je } a = 3 \Rightarrow \text{rovnice je vždy kvadratická} \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici} \Rightarrow \\ \Rightarrow a = 3, b = -2m, c = 3m$$

2) Kvadratická rovnice má jeden reálný kořen, je-li její diskriminant $D = 0$

3) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3m = 4m^2 - 36m$$

$$3) \text{ Položíme } D = 0 \text{ (viz výše) a rovnici vyřešíme} \Rightarrow 4m^2 - 36m = 0 \quad / : \frac{1}{4}$$

$$m^2 - 9m = 0$$

$$m \cdot (m - 9) = 0$$

$$m_1 = 0; \quad m_2 = 9$$

$$\Rightarrow \text{Závěr: } \underline{m \in \{0; 9\}}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 16.

Pro která $m \in \mathbb{R}$ má rovnice $(m-2)x^2 + (4-2m)x + 3 = 0$ jeden reálný kořen?

Řešení:

$$1) m-2=0 \Rightarrow \boxed{m=2} \Rightarrow \text{rovnice je lineární} \Rightarrow 0x^2 + (4-2 \cdot 2)x + 3 = 0 \Rightarrow 0x + 3 = 0 \Rightarrow 0x = -3 \Rightarrow \text{nepravdivý výrok} \Rightarrow \text{nevyhovuje zadání úlohy}$$

$$2) m-2 \neq 0 \Rightarrow \boxed{m \neq 2} \Rightarrow \text{rovnice je kvadratická} \Rightarrow \text{uvědomíme si hodnoty kvadratického, lineárního a absolutního koeficientu v rovnici} \Rightarrow a = m-2, b = 4-2m, c = 3$$

3) Kvadratická rovnice má jeden reálný kořen, je-li její diskriminant $D = 0$

4) Vypočteme diskriminant:

$$D = b^2 - 4ac = (4-2m)^2 - 4 \cdot (m-2) \cdot 3 = 16 - 16m + 4m^2 - 12m + 24 = 4m^2 - 28m + 40$$

$$5) \text{ Položíme } D = 0 \text{ (viz výše) a rovnici vyřešíme} \Rightarrow 4m^2 - 28m + 40 = 0 \quad / \cdot \frac{1}{4} \\ m^2 - 7m + 10 = 0$$

řešíme rozkladem na součin kořenových činitelů

$$(m-2) \cdot (m-5) = 0$$

$$m_1 = 2; \quad m_2 = 5$$

$$\Rightarrow \text{Závěr (kroku 1. – 5.): } \underline{\underline{m \in \{5\}}}$$

Úlohy k procvičování:

1) Řešte v $\mathbb{R}$ kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $m \in \mathbb{R}$

$$mx^2 + 6m^2x + m = 0$$

Výsledek: Pro $m = 0$ je $K = \mathbb{R}$; pro $m = \frac{1}{3}$ je $K = \{-1\}$; pro $m = -\frac{1}{3}$ je $K = \{1\}$; pro

$m \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right)$ je $K = \emptyset$; pro $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ je

$$K = \left\{ -3m + \sqrt{9m^2 - 1}; -3m - \sqrt{9m^2 - 1} \right\}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2) Určete všechny hodnoty parametru $m \in R$, pro něž má rovnice: $(m-1)x^2 - (m-2)x + 2m-1 = 0$

a) aspoň jeden reálný kořen

b) dva reálné kořeny

Výsledek: a) $m \in \left\langle 0; \frac{8}{7} \right\rangle$ b) $m \in (0;1) \cup \left(1; \frac{8}{7}\right)$

3) Řešte v R kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $p \in R$

$$x^2 + 4x + p = 0$$

Výsledek: pro $p \in (4; +\infty)$ je $K = \emptyset$; pro $p = 4$ je $K = \{-2\}$; pro $p \in (-\infty; 4)$ je $K = \{-2 + \sqrt{4-p}; -2 - \sqrt{4-p}\}$

4) Řešte v R kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $p \in R$

$$px^2 + 12x - 3 = 0$$

Výsledek: pro $p = 0$ je $K = \left\{\frac{1}{4}\right\}$; pro $p \in (-\infty; -12)$ je $K = \emptyset$; pro $p = -12$ je $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$; pro

$m \in (-12; 0) \cup (0; +\infty)$ je $K = \left\{\frac{-6 + \sqrt{36+3p}}{p}; \frac{-6 - \sqrt{36+3p}}{p}\right\}$

5) Řešte v R kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $p \in R$

$$p^2x^2 + px - 1 = 0$$

Výsledek: pro $p = 0$ je $K = \emptyset$; pro $p \neq 0$ je $K = \left\{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2p}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2p}\right\}$

6) Řešte v R kvadratickou rovnici s neznámou x a parametrem $a \in R$

$$ax^2 + 2ax + a - 1 = 0$$

Výsledek: pro $a \in (-\infty; 0)$ je $K = \emptyset$; pro $a \in (0; +\infty)$ je $K = \left\{\frac{-a + \sqrt{a}}{a}; \frac{-a - \sqrt{a}}{a}\right\}$

7) Pro která $m \in R$ má rovnice $x^2 - mx + 1 - 2m^2 = 0$ dva různé reálné kořeny?

Výsledek: $m \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

8) Pro která $m \in R$ má rovnice $5mx^2 - 2mx + 3 = 0$ dva různé reálné kořeny?

Výsledek: $m \in (-\infty; 0) \cup (15; +\infty)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

9) Pro která $m \in R$ má rovnice $mx^2 + (m+1)x + m+1 = 0$ dva různé reálné kořeny ?

Výsledek: $m \in (-1; 0) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right)$

10) Pro která $m \in R$ má rovnice $mx^2 + 4mx - 1 = 0$ alespoň jeden reálný kořen ?

Výsledek: $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup (0; +\infty)$

11) Pro která $m \in R$ má rovnice $2mx^2 - 2mx + 3 = 0$ alespoň jeden reálný kořen ?

Výsledek: $m \in (-\infty; 0) \cup \langle 6; +\infty \rangle$

12) Pro která $m \in R$ má rovnice $mx^2 + 2x + m = 0$ alespoň jeden reálný kořen ?

Výsledek: $m \in \langle -1; 1 \rangle$

13) Pro která $m \in R$ má rovnice $x^2 - 2(m+4)x + m^2 + 6m = 0$ alespoň jeden reálný kořen ?

Výsledek: $m \in \langle -8; +\infty \rangle$

14) Pro která $m \in R$ má rovnice $(m-1)x^2 - (m-2)x + 2m-1 = 0$ alespoň jeden reálný kořen ?

Výsledek: $m \in \left\langle 0; \frac{8}{7} \right\rangle$

15) Pro která $m \in R$ má rovnice $mx^2 + x + 1 - m = 0$ jeden dvojnásobný reálný kořen ?

Výsledek: $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$

16)) Pro která $m \in R$ má rovnice $(2m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3 = 0$ jeden dvojnásobný reálný kořen ?

Výsledek: $m \in \{2\}$

17) Pro která $m \in R$ nemá rovnice $x^2 - 2mx + 2m^2 - 9 = 0$ reálné kořeny ?

Výsledek: $m \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

18) Pro která $m \in R$ nemá rovnice $mx^2 - (m+1)x + 2m - 1 = 0$ reálné kořeny ?

Výsledek: $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{7}\right) \cup (1; +\infty)$