



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

IRACIONÁLNÍ ROVNICE

Motivace:

V řadě matematických úloh je nutno ovládat práci s odmocninami a rovnicemi, které obsahují neznámou pod odmocninou, mj. při vyjádření neznámé z technických vzorců. Znalosti práce s odmocninami a iracionálními rovnicemi lze využít v mnoha přírodovědných a praktických oborech.

Teorie:

Iracionální rovnice je rovnice, v níž se neznámá nachází pod odmocninou.

Než se pustíme do samotných matematických úprav iracionální rovnice, **nezapomeňme uvést podmínky pro neznámou** $\Rightarrow$ určit *definiční obor rovnice*.

Při práci s iracionálními rovnicemi používáme často operaci **umocňování**.

Umocnění obou stran rovnice je důsledková úprava – vystihuje skutečnost, že každé řešení původní rovnice je také řešením rovnice nové, avšak obráceně to platit nemusí. Důsledkovou úpravou se žádné řešení neztratí, ale některá řešení mohou přibýt $\Rightarrow$ **nutnou součástí řešení těchto rovnic je ZKOUŠKA!**

Zkoušku provádíme dosazením vypočteného možného kořene (příp. kořenů) rovnice do původní iracionální rovnice. Porovnáním vypočtených levých a pravých stran rovnice zjistíme, zda případný kořen je skutečným kořenem původní rovnice. Pokud ano, zapíšeme množinu kořenů; pokud ne, uvedeme množinu kořenů rovnice jako prázdnou.

Při úpravách rovnice používáme rovněž **ekvivalentní úpravy**. Ekvivalentními úpravami jsou například:

- přičtení (odečtení) stejného čísla k oběma stranám rovnice
- přičtení (odečtení) stejného násobku neznámé k oběma stranám rovnice
- vynásobení (vydělení) obou stran rovnice stejným nenulovým číslem
- „ekvivalentní“ úpravy výrazů na jednotlivých stranách rovnice, atd.

(Ekvivalentní úprava vystihuje skutečnost, že každá nově získaná rovnice má naprosto stejné řešení jako výchozí rovnice.)

Připomeňme, že početní operace násobení a dělení mají přednost před sčítáním a odčítáním!

Řešené úlohy:

Příklad 1.

Řešte rovnici $\sqrt{2x+4} = 3$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$2x + 4 \geq 0$$

$$2x \geq -4$$

$$x \geq -2 \Rightarrow \underline{x \in \langle -2; \infty \rangle} \text{ definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\begin{array}{lll} \sqrt{2x+4} = 3 & /()^2 & (\text{umocnění obou stran rovnice na druhou}) \\ (\sqrt{2x+4})^2 = 3^2 & & (\text{pro lepší pochopení matematické úpravy}) \\ 2x + 4 = 9 & /(-4) & (\text{ekvivalentní úpravy}) \end{array}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$2x = 5 \quad |:2$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{2} \in \langle -2; \infty \rangle$$

(zjistíme, zda číslo $\frac{5}{2}$ je prvkem definičního oboru rovnice)

(číslo $\frac{5}{2}$ je prvkem definičního oboru rovnice; přesto je **NUTNÉ PROVÉST ZKOUŠKU!)**

3) Provedení zkoušky:

Vypočtený kořen rovnice ($x = \frac{5}{2}$) dosadíme postupně do levé a pravé strany původní rovnice.

Porovnáme, zda se po dosazení obě strany rovnice sobě rovnají.

$$L\left(\frac{5}{2}\right) = \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$P\left(\frac{5}{2}\right) = 3$$

$$L\left(\frac{5}{2}\right) = P\left(\frac{5}{2}\right)$$

(číslo $\frac{5}{2}$ je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

(výsledek)

Příklad 2.

Řešte rovnici $15 - 3\sqrt{2x-1} = 6$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$2x - 1 \geq 0$$

$$2x \geq 1$$

$$x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{2}; \infty \right) \text{ definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$15 - 3\sqrt{2x-1} = 6$$

(úprava rovnice – osamostatnění odmocniny)

$$9 = 3\sqrt{2x-1} \quad |:3$$

(rovnici vydělíme číslem 3)

$$3 = \sqrt{2x-1} \quad /()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$3^2 = (\sqrt{2x-1})^2$$

(pro lepší pochopení matematické úpravy)

$$9 = 2x - 1$$

$$10 = 2x \quad |:2$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x = 5$$

(zjistíme, zda kořen 5 je prvkem definičního oboru rovnice)

$$x = 5 \in \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right\rangle$$

(číslo 5 je prvkem definičního oboru rovnice; přesto je **NUTNÉ PROVÉST ZKOUŠKU!**)

3) Provedení zkoušky:

Vypočtený kořen rovnice ($x = 5$) dosadíme postupně do levé a pravé strany původní rovnice. Porovnáme, zda se po dosazení obě strany rovnice sobě rovnají.

$$L(5) = 15 - 3\sqrt{2 \cdot 5 - 1} = 15 - 3\sqrt{9} = 15 - 3 \cdot 3 = 15 - 9 = 6$$

$$P(5) = 6$$

$$L(5) = P(5)$$

(číslo 5 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{5\}$$

(výsledek)

Příklad 3.

Řešte rovnici $\sqrt{x^2 + 3} = x - 1$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$x^2 + 3 \geq 0$$

$x^2 \geq -3 \Rightarrow$ jakékoli reálné číslo umocněné na druhou je číslo nezáporné $\Rightarrow \underline{x \in R}$ definiční obor rovnice

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\sqrt{x^2 + 3} = x - 1$$

$/()$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(\sqrt{x^2 + 3})^2 = (x - 1)^2$$

(**POZOR!** Umocnění na druhou na pravé straně rovnice probíhá podle vzorce; v tomto případě

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$x^2 + 3 = x^2 - 2x + 1$$

(ekvivalentní úpravy)

$$2x = -2$$

$/:2$

$$x = -1$$

(zjistíme, zda případný kořen rovnice ($x = -1$) je prvkem definičního oboru rovnice)

$$x = -1 \in R$$

(číslo (-1) náleží definičnímu oboru rovnice; přesto je **NUTNÉ PROVÉST ZKOUŠKU!**)

3) Provedení zkoušky:

Vypočtený kořen rovnice ($x = -1$) dosadíme postupně do levé a pravé strany původní rovnice. Porovnáme, zda se po dosazení obě strany rovnice sobě rovnají.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$L(-1) = \sqrt{(-1)^2 + 3} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$P(-1) = -1 - 1 = -2$$

$$L(-1) \neq P(-1)$$

(pro vypočtený kořen rovnice (-1) **zkouška nevyšla** $\Rightarrow$
 $x = -1$ **nevyhovuje zadání původní rovnice** $\Rightarrow$
rovnice nemá žádný kořen)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \emptyset$$

(prázdná množina - výsledek)

Příklad 4.

Řešte rovnici $2 + \sqrt{10 - x^2} = x$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$10 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 \leq 10$$

$$|x| \leq \sqrt{10} \Rightarrow x \in \langle -\sqrt{10}; \sqrt{10} \rangle \text{ definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$2 + \sqrt{10 - x^2} = x$$

(ekvivalentní úprava)

$$\sqrt{10 - x^2} = x - 2$$

$$/()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(\sqrt{10 - x^2})^2 = (x - 2)^2$$

(POZOR! Umocnění na druhou na pravé straně rovnice probíhá podle vzorce; v tomto případě

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

$$10 - x^2 = x^2 - 4x + 4$$

(ekvivalentní úpravy)

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$/:2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

(rozklad kvadratického trojčlenu na součin kořenových činitelů)

$$(x + 1) \cdot (x - 3) = 0$$

$$x_1 = -1; x_2 = 3$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda vypočtené kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = -1 \in \langle -\sqrt{10}; \sqrt{10} \rangle$$

(1. vypočtený kořen (-1) náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = 3 \in \langle -\sqrt{10}; \sqrt{10} \rangle$$

(2. vypočtený kořen 3 náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: (-1) i 3, jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně PROVEDEME ZKOUŠKU!)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla (-1) a 3.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$L(-1) = 2 + \sqrt{10 - (-1)^2} = 2 + \sqrt{10 - 1} = 2 + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

$$P(-1) = -1$$

$$L(-1) \neq P(-1)$$

(číslo (-1) není řešením původní rovnice)

$$L(3) = 2 + \sqrt{10 - 3^2} = 2 + \sqrt{10 - 9} = 2 + \sqrt{1} = 2 + 1 = 3$$

$$P(3) = 3$$

$$L(3) = P(3)$$

(číslo 3 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{3\}$$

(výsledek)

Příklad 5.

Řešte rovnici $3\sqrt{x-6} = 4-x$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$x - 6 \geq 0$$

$$x \geq 6 \Rightarrow x \in \langle 6; \infty) \text{ definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$3\sqrt{x-6} = 4-x \quad |()^2 \quad (\text{umocnění obou stran rovnice na druhou})$$

$$(3\sqrt{x-6})^2 = (4-x)^2$$

(**POZOR!** Umocnění na druhou na pravé straně rovnice probíhá podle vzorce; v tomto případě

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

(ekvivalentní úpravy)

$$9(x-6) = 16 - 8x + x^2$$

$$9x - 54 = 16 - 8x + x^2$$

$$x^2 - 17x + 70 = 0$$

(rozklad kvadratického trojčlenu na součin kořenových činitelů)

$$(x-7) \cdot (x-10) = 0$$

$$x_1 = 7; x_2 = 10$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda vypočtené kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = 7 \in \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right)$$

(1. vypočtený kořen 7 náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = 10 \in \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right)$$

(2. vypočtený kořen 10 náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: 7 i 10, jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně **PROVEDEME ZKOUŠKU!**)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla 7 a 10.

$$L(7) = 3\sqrt{7-6} = 3\sqrt{1} = 3.1 = 3$$

$$P(7) = 4 - 7 = -3$$

$$L(7) \neq P(7)$$

(číslo 7 není řešením původní rovnice)

$$L(10) = 3\sqrt{10-6} = 3\sqrt{4} = 3.2 = 6$$

$$P(10) = 4 - 10 = -6$$

$$L(10) \neq P(10)$$

(číslo 10 není řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \emptyset$$

(prázdná množina - výsledek)

Příklad 6.

Řešte rovnici $2\sqrt{x+5} = x+2$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$x+5 \geq 0$$

$$x \geq -5 \Rightarrow x \in \langle -5; \infty \rangle \text{ definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x+5} &= x+2 \\ (2\sqrt{x+5})^2 &= (x+2)^2 \end{aligned}$$

$$/()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

(POZOR! Umocnění na druhou na pravé straně rovnice probíhá podle vzorce; v tomto případě

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$$

(ekvivalentní úpravy rovnice)

$$4(x+5) = x^2 + 4x + 4$$

$$4x + 20 = x^2 + 4x + 4$$

$$16 = x^2$$

$$|x| = 4$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda vypočtené kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = 4 \in \langle -5; \infty \rangle$$

(1. vypočtený kořen 4 náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = -4 \in \langle -5; \infty \rangle$$

(2. vypočtený kořen (-4) náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny 4 i (-4) jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně PROVEDEME ZKOUŠKU!)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba možné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla 4 a (-4).

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$L(4) = 2 \cdot \sqrt{4+5} = 2 \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$P(4) = 4 + 2 = 6$$

$$L(4) = P(4)$$

(číslo 4 je řešením původní rovnice)

$$L(-4) = 2 \cdot \sqrt{-4+5} = 2 \cdot \sqrt{1} = 2 \cdot 1 = 2$$

$$P(-4) = -4 + 2 = -2$$

$$L(-4) \neq P(-4)$$

(číslo (-4) není řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{4\}$$

(výsledek)

Příklad 7.

Řešte rovnici $\sqrt{x+7} = x-5$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocnina na levé straně rovnice má smysl, je-li výraz pod odmocninou nezáporný, tj. platí-li:

$$x+7 \geq 0$$

$$x \geq -7 \Rightarrow x \in \langle -7; \infty \rangle \text{ definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\sqrt{x+7} = x-5$$

$$/()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(\sqrt{x+7})^2 = (x-5)^2$$

(při umocňování pravé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

$$x+7 = x^2 - 10x + 25$$

(ekvivalentní úpravy rovnice)

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$

(rozklad kvadratického trojčlenu na součin kořenových činitelů)

$$(x-2) \cdot (x-9) = 0$$

$$x_1 = 2; x_2 = 9$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda vypočtené kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = 2 \in \langle -7; \infty \rangle$$

(1. vypočtený kořen 2 náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = 9 \in \langle -7; \infty \rangle$$

(2. vypočtený kořen 9 náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: 2 i 9, jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně **PROVEDEME ZKOUŠKU!**)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla 2 a 9.

$$L(2) = \sqrt{2+7} = \sqrt{9} = 3$$

$$P(2) = 2 - 5 = -3$$

$$L(2) \neq P(2)$$

(číslo 2 není řešením původní rovnice)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$L(9) = \sqrt{9+7} = \sqrt{16} = 4$$

$$P(9) = 9 - 5 = 4$$

$$L(9) = P(9)$$

(číslo 9 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{9\}$$

(výsledek)

Příklad 8.

Řešte rovnici $\sqrt{4x-6} = \sqrt{2x-4}$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocniny na obou stranách rovnice musí mít smysl $\Rightarrow$ výrazy pod odmocninami musí být nezáporná čísla, tj. platí:

$$4x - 6 \geq 0 \quad \wedge \quad 2x - 4 \geq 0$$

(uvedené nerovnice musí platit současně; řešíme je ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic)

$$4x \geq 6$$

$$2x \geq 4$$

$$x \geq \frac{6}{4}$$

$$x \geq \frac{4}{2}$$

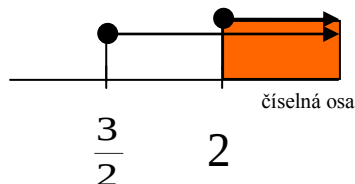
$$x \geq \frac{3}{2}$$

$\wedge$

$$x \geq 2$$

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme

rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. **definiční obor rovnice** $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$$x \in \langle 2; \infty) \quad \text{definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav.

$$\sqrt{4x-6} = \sqrt{2x-4} \quad |()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$4x - 6 = 2x - 4$$

(ekvivalentní úpravy rovnice)

$$2x = 2$$

$$/:2$$

$$x = 1$$

(zjistíme, zda vypočtený kořen ($x = 1$) je prvkem definičního oboru rovnice)

$$x = 1 \notin \langle 2; \infty)$$

(číslo 1 není prvkem definičního oboru rovnice tj.

některý z výrazů na levé či pravé straně rovnice, po

dosazení čísla 1, nemá smysl ($L(1) = \sqrt{4-6} = \sqrt{-2}$)

$\Rightarrow$ **rovnice nemá žádný kořen**)

3) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \emptyset$$

(prázdná množina - výsledek)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 9.

Řešte rovnici $\sqrt{x-2} + \sqrt{1-x} = 3$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocniny na levé straně rovnice musí mít smysl $\Rightarrow$ výrazy pod odmocninami musí být nezáporná čísla, tj. platí:

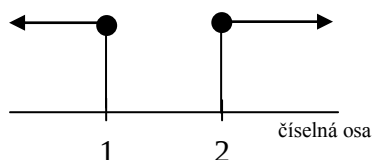
$$x-2 \geq 0 \quad \wedge \quad 1-x \geq 0$$

(uvedené nerovnice musí platit současně; řešíme je ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic)

$$-x \geq -1$$

$$x \geq 2 \quad \wedge \quad x \leq 1$$

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. *definiční obor rovnice* $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$x \in \emptyset \Rightarrow$ *definiční obor rovnice je prázdný* $\Rightarrow$ **rovnice nemá smysl**

2) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \emptyset$$

(výsledek)

Příklad 10.

Řešte rovnici $\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocniny na levé straně rovnice musí mít smysl $\Rightarrow$ výrazy pod odmocninami musí být nezáporná čísla, tj. platí:

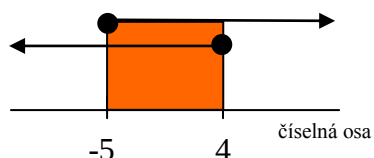
$$4-x \geq 0 \quad \wedge \quad 5+x \geq 0$$

(uvedené nerovnice, které musí platit současně, řešíme ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic)

$$-x \geq -4$$

$$x \leq 4 \quad \wedge \quad x \geq -5$$

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. *definiční obor rovnice* $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$x \in \langle -5; 4 \rangle$ *definiční obor rovnice*

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav. **POZOR!** Vyskytují-li se v rovnici **dvě odmocniny**, je výhodné převést jednu odmocninu na opačnou stranu rovnice tak, aby **na každé straně rovnice byla jen jedna odmocnina!**

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$$

(převedení jedné odmocniny na opačnou stranu rovnice)

$$\sqrt{4-x} = 3 - \sqrt{5+x} \quad |()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$(\sqrt{4-x})^2 = (3-\sqrt{5+x})^2$$

(při umocňování pravé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

$$4-x = 9-6\sqrt{5+x}+5+x$$

(iracionální rovnice s jednou odmocninou; odmocninu osamostatníme převedením na jednu stranu rovnice, v tomto případě levou stranu; všechny ostatní členy rovnice převedeme ekvivalentními úpravami na opačnou stranu rovnice a rovnici upravíme)

$$6\sqrt{5+x} = 9+5+x-4+x$$

$$6\sqrt{5+x} = 10+2x \quad |:2$$

$$3\sqrt{5+x} = 5+x \quad /()^2$$

(obě strany rovnice opět umocníme na druhou; dále postupujeme stejně jako při řešení iracionální rovnice s jednou odmocninou)

$$(3\sqrt{5+x})^2 = (5+x)^2$$

$$9(5+x) = 25+10x+x^2$$

$$45+9x = 25+10x+x^2$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

(rozklad kvadratického trojčlenu na součin kořenových činitelů)

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$x_1 = -5; x_2 = 4$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda vypočtené kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = -5 \in \langle -5; 4 \rangle$$

(1. vypočtený kořen (-5) náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = 4 \in \langle -5; 4 \rangle$$

(2. vypočtený kořen 4 náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: (-5) i 4, jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně PROVEDEME ZKOUŠKU!)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla (-5) a 4.

$$L(-5) = \sqrt{4-(-5)} + \sqrt{5-5} = \sqrt{9} + \sqrt{0} = 3$$

$$P(-5) = 3$$

$$L(-5) = P(-5)$$

(číslo (-5) je řešením původní rovnice)

$$L(4) = \sqrt{4-4} + \sqrt{5+4} = \sqrt{0} + \sqrt{9} = 3$$

$$P(4) = 3$$

$$L(4) = P(4)$$

(číslo 4 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{-5; 4\}$$

(výsledek)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 11.

Řešte rovnici $\sqrt{x+7} - \sqrt{13-x} = 2$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocniny na levé straně rovnice musí mít smysl $\Rightarrow$ výrazy pod odmocninami musí být nezáporná čísla, tj. platí:

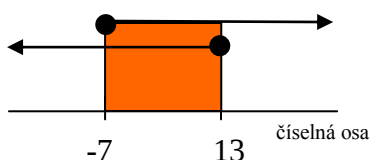
$$x+7 \geq 0 \quad \wedge \quad 13-x \geq 0$$

(uvedené nerovnice, které musí platit současně, řešíme ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic)

$$-x \geq -13$$

$$x \geq -7 \quad \wedge \quad x \leq 13$$

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. *definiční obor rovnice* $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$$x \in \langle -7; 13 \rangle \quad \text{definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav. **POZOR!** Vyskytují-li se v rovnici **dvě odmocniny**, je výhodné převést jednu odmocninu na opačnou stranu rovnice tak, aby **na každé straně rovnice byla jen jedna odmocnina!**

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{13-x} = 2$$

(převedení jedné odmocniny na opačnou stranu rovnice)

$$\sqrt{x+7} = 2 + \sqrt{13-x} \quad |()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(\sqrt{x+7})^2 = (2 + \sqrt{13-x})^2$$

(při umocňování pravé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$$

$$x+7 = 4 + 4\sqrt{13-x} + 13-x$$

(iracionální rovnice s jednou odmocninou; odmocninu osamostatníme převedením na jednu stranu rovnice, v tomto případě ji ponecháme na pravé straně; všechny ostatní členy rovnice převedeme ekvivalentními úpravami na opačnou stranu rovnice a rovnici upravíme)

$$x+7-4-13+x = 4\sqrt{13-x}$$

$$2x-10 = 4\sqrt{13-x} \quad |:2$$

$$x-5 = 2\sqrt{13-x} \quad |()^2$$

(obě strany rovnice opět umocníme na druhou; dále postupujeme stejně jako při řešení iracionální rovnice s jednou odmocninou)

$$(x-5)^2 = (2\sqrt{13-x})^2$$

$$x^2 - 10x + 25 = 4(13-x)$$

$$x^2 - 10x + 25 = 52 - 4x$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

(rozklad kvadratického trojčlenu na součin kořenových činitelů)

$$(x+3)(x-9) = 0$$

$$x_1 = -3; x_2 = 9$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda vypočtené kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x_1 = -3 \in \langle -7; 13 \rangle$$

(1. vypočtený kořen (-3) náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = 9 \in \langle -7; 13 \rangle$$

(2. vypočtený kořen 9 náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: (-3) i 9, jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně PROVEDEME ZKOUŠKU!)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla (-3) a 9.

$$L(-3) = \sqrt{-3+7} - \sqrt{13-(-3)} = \sqrt{4} + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6$$

$$P(-3) = 2$$

$$L(-3) \neq P(-3)$$

(číslo (-3) není řešením původní rovnice)

$$L(9) = \sqrt{9+7} - \sqrt{13-9} = \sqrt{16} - \sqrt{4} = 4 - 2 = 2$$

$$P(9) = 2$$

$$L(9) = P(9)$$

(číslo 9 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{9\}$$

(výsledek)

Příklad 12.

Řešte rovnici $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} = 2$

Řešení:

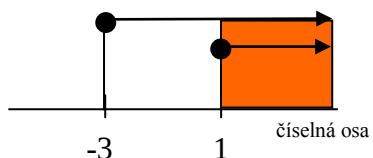
1) Stanovíme podmínky pro neznámou: odmocniny na levé straně rovnice musí mít smysl $\Rightarrow$ výrazy pod odmocninami musí být nezáporná čísla, tj. platí:

$$x-1 \geq 0 \quad \wedge \quad x+3 \geq 0$$

(uvedené nerovnice, které musí platit současně, řešíme ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic)

$$x \geq 1 \quad \wedge \quad x \geq -3$$

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. **definiční obor rovnice** $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$$\underline{x \in \langle 1; \infty \rangle} \quad \text{definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} = 2$$

(převedení jedné odmocniny na opačnou stranu rovnice)

$$2\sqrt{x-1} = 2 - \sqrt{x+3} \quad /0^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(2\sqrt{x-1})^2 = (2 - \sqrt{x+3})^2$$

(při umocňování pravé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$4 \cdot (x - 1) = 4 - 4\sqrt{x + 3} + x + 3 \quad (\text{iracionální rovnice s jednou odmocninou; roznásobíme závorku na levé straně rovnice})$$

$$4x - 4 = 4 - 4\sqrt{x + 3} + x + 3 \quad (\text{odmocninu osamostatníme převedením na jednu stranu rovnice, v tomto případě na levou stranu; všechny ostatní členy rovnice převedeme ekvivalentními úpravami na opačnou stranu rovnice a rovnici upravíme})$$

$$4\sqrt{x + 3} = 4 + x + 3 - 4x + 4$$

$$4\sqrt{x + 3} = 11 - 3x \quad |()^2 \quad (\text{obě strany opět umocníme na druhou; dále postupujeme stejně jako při řešení iracionální rovnice s jednou odmocninou})$$

$$(4\sqrt{x + 3})^2 = (11 - 3x)^2$$

$$16 \cdot (x + 3) = 121 - 66x + 9x^2$$

$$16x + 48 = 121 - 66x + 9x^2$$

$$9x^2 - 82x - 73 = 0$$

(kvadratická rovnice, kterou řešíme užitím vzorce pro diskriminant a vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice)

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$(a = 9; b = -82; c = -73)$$

$$D = (-82)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-73)$$

$$D = 4096$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$$x_{1,2} = \frac{82 \pm 64}{18}$$

$$x_1 = \frac{73}{9}; \quad x_2 = 1$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda oba kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = \frac{73}{9} \in \langle 1; \infty \rangle$$

(1. vypočtený kořen $\frac{73}{9}$ náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = 1 \in \langle 1; \infty \rangle$$

(2. vypočtený kořen 1 náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: $\frac{73}{9}$ i 1, jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně **PROVEDEME ZKOUŠKU!**)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla $\frac{73}{9}$ a 1.

$$L\left(\frac{73}{9}\right) = 2 \cdot \sqrt{\frac{73}{9} - 1} + \sqrt{\frac{73}{9} + 3} = 2 \cdot \sqrt{\frac{73 - 9}{9}} + \sqrt{\frac{73 + 27}{9}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{64}{9}} + \sqrt{\frac{100}{9}} = 2 \cdot \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$$

$$P\left(\frac{73}{9}\right) = 2$$

$$L\left(\frac{73}{9}\right) \neq P\left(\frac{73}{9}\right)$$

(číslo $\frac{73}{9}$ není řešením původní rovnice)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$L(1) = 2\sqrt{1-1} + \sqrt{1+3} = 2\sqrt{0} + \sqrt{4} = 2 \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2$$

$$P(1) = 2$$

$$L(1) = P(1)$$

(číslo 1 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{1\}$$

(výsledek)

Příklad 13.

Řešte rovnici $\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+7} = -4$

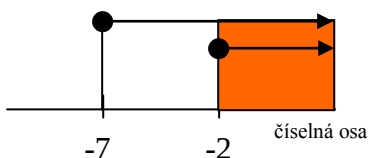
Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou:

$$x+2 \geq 0 \quad \wedge \quad x+7 \geq 0$$

$$x \geq -2 \quad \wedge \quad x \geq -7$$

(uvedené nerovnice, které musí platit současně, řešíme ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic) (nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. **definiční obor rovnice** $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$$\underline{x \in (-2; \infty)} \quad \text{definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+7} = -4$$

(převedení jedné odmocniny na opačnou stranu rovnice)

$$\sqrt{x+2} + 4 = 2\sqrt{x+7} \quad |()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(\sqrt{x+2} + 4)^2 = (2\sqrt{x+7})^2$$

(při umocňování levé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$$

$$x+2+8\sqrt{x+2}+16=4\cdot(x+7)$$

(iracionální rovnice s jednou odmocninou; roznásobíme závorku na pravé straně rovnice)

$$x+2+8\sqrt{x+2}+16=4x+28$$

(odmocninu osamostatníme, v tomto případě ji ponecháme na levé straně; všechny ostatní členy rovnice převedeme ekvivalentními úpravami na opačnou stranu rovnice a rovnici upravíme)

$$8\sqrt{x+2} = 4x+28-x-2-16$$

$$8\sqrt{x+2} = 3x+10 \quad |()^2$$

(obě strany rovnice opět umocníme na druhou; dále postupujeme stejně jako při řešení iracionální rovnice s jednou odmocninou)

$$(8\sqrt{x+2})^2 = (3x+10)^2$$

$$64(x+2) = 9x^2 + 60x + 100$$

$$64x+128 = 9x^2 + 60x + 100$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$9x^2 - 4x - 28 = 0$$

(kvadratická rovnice, kterou řešíme užitím vzorce pro diskriminant a vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice)

$$(a = 9; b = -4; c = -28)$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-28)$$

$$D = 1024$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 32}{18}$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -\frac{14}{9}$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda oba kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

$$x_1 = 2 \in \langle -2; \infty \rangle$$

(1. vypočtený kořen 2 náleží definičnímu oboru rovnice)

$$x_2 = -\frac{14}{9} \in \langle -2; \infty \rangle$$

(2. vypočtený kořen $(-\frac{14}{9})$ náleží definičnímu oboru rovnice)

(oba kořeny: 2 i $(-\frac{14}{9})$ jsou prvky definičního oboru rovnice; nyní pro ně **PROVEDEME ZKOUŠKU!)**

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro oba případné kořeny původní iracionální rovnice tj. čísla $\frac{73}{9}$ a 1.

$$L(2) = \sqrt{2+2} - 2 \cdot \sqrt{2+7} = \sqrt{4} - 2 \cdot \sqrt{9} = 2 - 2 \cdot 3 = 2 - 6 = -4$$

$$P(2) = -4$$

$$L(2) = P(2)$$

(číslo 2 je řešením původní rovnice)

$$L\left(-\frac{14}{9}\right) = \frac{14}{3}$$

$$P\left(-\frac{14}{9}\right) = \frac{14}{3}$$

$$L\left(-\frac{14}{9}\right) = P\left(-\frac{14}{9}\right)$$

(číslo $(-\frac{14}{9})$ je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \left\{ 2; -\frac{14}{9} \right\}$$

(výsledek)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Příklad 14***.

Řešte rovnici $\sqrt{3-x} + \frac{6}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{9-5x}$

Řešení:

1) Stanovíme podmínky pro neznámou:

$$3-x > 0 \quad \wedge \quad 9-5x \geq 0$$

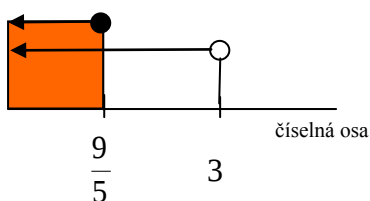
$$-x > -3 \quad -5x \geq -9$$

$$x < 3 \quad \wedge \quad x \leq \frac{9}{5}$$

(uvedené nerovnice, které musí platit současně, řešíme ekvivalentními úpravami platnými pro úpravy nerovnic)

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic a stanovíme

rozhodující podmínku pro neznámou x tzv. *definiční obor rovnice* $\Rightarrow$ využijeme znalostí intervalů)



$$x \in \left(-\infty; \frac{9}{5}\right] \quad \text{definiční obor rovnice}$$

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\sqrt{3-x} + \frac{6}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{9-5x} \quad | \cdot \sqrt{3-x}$$

(odstranění zlomku; celou rovnici násobíme výrazem

$$\sqrt{3-x})$$

(úprava rovnice)

$$3-x+6 = \sqrt{(9-5x)(3-x)}$$

$$9-x = \sqrt{27-24x+5x^2} \quad | ()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(9-x)^2 = (\sqrt{27-24x+5x^2})^2$$

(při umocňování levé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2)$$

(ekvivalentní úpravy rovnice)

$$81-18x+x^2 = 27-24x+5x^2$$

$$4x^2-6x-54=0 \quad |:2$$

$$2x^2-3x-27=0$$

(kvadratická rovnice; řešíme užitím vzorce pro diskriminant a vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice)

$$(a=2; b=-3; c=-27)$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-27)$$

$$D = 225$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 15}{4}$$

$$x_1 = \frac{9}{2}; \quad x_2 = -3$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda oba kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x_1 = \frac{9}{2} \notin \left(-\infty; \frac{9}{5}\right)$$

(1. vypočtený kořen $\frac{9}{2}$ nenáleží definičnímu oboru rovnice $\Rightarrow$ neprovádíme s ním zkoušku)

$$x_2 = -3 \in \left(-\infty; \frac{9}{5}\right)$$

(2. vypočtený kořen (-3) náleží definičnímu oboru rovnice)

(pro možný kořen (-3) **PROVEDEME ZKOUŠKU!**)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro případný kořen původní iracionální rovnice tj. číslo (-3).

$$L(-3) = \sqrt{3 - (-3)} + \frac{6}{\sqrt{3 - (-3)}} = \sqrt{6} + \frac{6}{\sqrt{6}} = \frac{6 + 6}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{12 \cdot \sqrt{6}}{6} = 2 \cdot \sqrt{6}$$

$$P(-3) = \sqrt{9 - 5 \cdot (-3)} = \sqrt{9 + 15} = \sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2 \cdot \sqrt{6}$$

$$L(-3) = P(-3)$$

(číslo (-3) je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{-3\}$$

(výsledek)

Příklad 15*.**

Řešte rovnici $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$

Řešení:

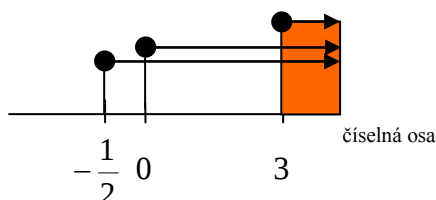
1) Stanovíme podmínky pro neznámou:

$$2x+1 \geq 0 \quad \wedge \quad x-3 \geq 0 \quad \wedge \quad x \geq 0$$

$$x \geq -\frac{1}{2} \quad \wedge \quad x \geq 3 \quad \wedge \quad x \geq 0$$

(nalezneme **průnik** řešení těchto nerovnic

a stanovíme rozhodující podmínku pro neznámou x , tzv. *definiční obor rovnice*)



$$x \in \langle 3; \infty \rangle$$

definiční obor rovnice

2) Danou rovnici řešíme užitím ekvivalentních a důsledkových úprav:

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x} \quad |()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3})^2 = (2\sqrt{x})^2$$

(při umocňování levé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$2x + 1 + 2 \cdot \sqrt{(2x + 1) \cdot (x - 3)} + x - 3 = 4x$$

(ekvivalentní úpravy rovnice)

$$2 \cdot \sqrt{2x^2 - 5x - 3} = x + 2 \quad |()^2$$

(umocnění obou stran rovnice na druhou)

$$(2 \cdot \sqrt{2x^2 - 5x - 3})^2 = (x + 2)^2$$

(při umocňování pravé strany rovnice použijeme vzorec

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$$

$$4 \cdot (2x^2 - 5x - 3) = x^2 + 4x + 4$$

(ekvivalentní úpravy rovnice)

$$8x^2 - 20x - 12 = x^2 + 4x + 4$$

$$7x^2 - 24x - 16 = 0$$

(kvadratická rovnice; řešíme užitím vzorce pro diskriminant a vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice)

$$(a = 7; b = -24; c = -16)$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$D = (-24)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-16)$$

$$D = 1024$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$$x_{1,2} = \frac{24 \pm 32}{14}$$

$$x_1 = 4; \quad x_2 = -\frac{4}{7}$$

(rovnice má dva reálné kořeny; zjistíme, zda oba kořeny vyhovují definičnímu oboru rovnice)

(1. vypočtený kořen 4 náleží definičnímu oboru rovnice)

(2. vypočtený kořen $(-\frac{4}{7})$ nenáleží definičnímu oboru rovnice $\Rightarrow$ neprovádíme pro něj zkoušku)

(pro možný kořen 4 PROVEDEME ZKOUŠKU!)

3) Provedení zkoušky:

Zkoušku provádíme pro případný kořen původní iracionální rovnice, tj číslo 4.

$$L(4) = \sqrt{2 \cdot 4 + 1} \cdot \sqrt{4 - 3} = \sqrt{9} + \sqrt{1} = 3 + 1 = 4$$

$$P(4) = 2 \cdot \sqrt{4} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$L(4) = P(4)$$

(číslo 4 je řešením původní rovnice)

4) Zapišeme množinu kořenů rovnice:

$$K = \{4\}$$

(výsledek)



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Úlohy k procvičování:

1) Řešte rovnici $\sqrt{4x+1} = 7$

Výsledek: 12

2) Řešte rovnici $3\sqrt{2x-1} = 4$

Výsledek: $\frac{25}{18}$

3) Řešte rovnici $-\sqrt{1-x} = 2$

Výsledek: $\emptyset$

4) Řešte rovnici $\sqrt{7-x} = x-1$

Výsledek: 3

5) Řešte rovnici $1-\sqrt{1+5x} = x$

Výsledek: 0

6) Řešte rovnici $\sqrt{5x+1} = x+1$

Výsledek: 0; 3

7) Řešte rovnici $x + \sqrt{x^2-3} = 3$

Výsledek: 2

8) Řešte rovnici $2\sqrt{x+5} = x+2$

Výsledek: 4

9) Řešte rovnici $\sqrt{6-4x-x^2} = x+4$

Výsledek: -1

10) Řešte rovnici $\sqrt{x+3} = \sqrt{x}-4$

Výsledek: $\emptyset$

11) Řešte rovnici $\sqrt{2x-4} = 1 + \sqrt{x+5}$

Výsledek: 20



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

12) Řešte rovnici $\sqrt{2x-3} + \sqrt{4x+1} = 4$

Výsledek: 2

13) Řešte rovnici $\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+1} = 2$

Výsledek: -1; 15

14) Řešte rovnici $\sqrt{1+x} - \sqrt{4-x} = 1$

Výsledek: 3

15) Řešte rovnici $\sqrt{3x-5} = 3 - \sqrt{2x}$

Výsledek: 2

16) Řešte rovnici $\sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2$

Výsledek: 2; 34

17) Řešte rovnici $\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+3} = 1$

Výsledek: -1

18) Řešte rovnici $\sqrt{10-x} + \sqrt{x-8} = 2$

Výsledek: 9

19) Řešte rovnici $\sqrt{4-x} - \sqrt{9+x} = 1$

Výsledek: -5

20) Řešte rovnici $\sqrt{4-4x} + \sqrt{x-2} = 6$

Výsledek: $\emptyset$

21) Řešte rovnici $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

Výsledek: -1; 3

22) Řešte rovnici $\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x+1} = 4$

Výsledek: 1

23) Řešte rovnici $3\sqrt{x+5} - \frac{4x}{\sqrt{x+5}} = 1$

Výsledek: 11



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

24) Řešte rovnici $\frac{\sqrt{x+13}+2}{\sqrt{x+13}-4} = 7$

Výsledek: 12

25) Řešte rovnici $\frac{x-\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x+1}} = \frac{5}{11}$

Výsledek: 8

26***) Řešte rovnici $\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} = \sqrt{x}$

Výsledek: $\emptyset$

27***) Řešte rovnici $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-7} = 2\sqrt{x}$

Výsledek: 4

28***) Řešte rovnici $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = \sqrt{6-x}$

Výsledek: $\frac{12}{5}$; 4

29***) Řešte rovnici $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+4} - \sqrt{5-x}$

Výsledek: 5; $\frac{1}{2}$

30***) Řešte rovnici $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \frac{15}{\sqrt{x+4}}$

Výsledek: 5

31***) Řešte rovnici $\sqrt{2+x} + \sqrt{x} = \frac{4}{\sqrt{2+x}}$

Výsledek: $\frac{2}{3}$

32***) Řešte rovnici $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \frac{15}{\sqrt{x+4}}$

Výsledek: 5

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

33***) Řešte rovnici $\frac{1}{\sqrt{x-3}} - \sqrt{x-3} = \sqrt{x-6}$

Výsledek: Ø

34***) Řešte rovnici $\sqrt{6 + \sqrt{x}} = \sqrt{15 - 2\sqrt{x}}$

Výsledek: 9

35***) Řešte rovnici $\sqrt{2x+1+2\sqrt{2x+3}} = 1$

Výsledek: -1

36***) Řešte rovnici $\sqrt{-x - \sqrt{1-x}} = 1$

Výsledek: -3