

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
MECHANIKA	PRVNÍ	ŠČERBOVÁ M. PAVELKA V.	14. ŘÍJNA 2012
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
PŘÍHRADOVÉ KONSTRUKCE			

PŘÍHRADOVÉ KONSTRUKCE – PRUTOVÉ SOUSTAVY

Příhradové konstrukce jsou sestaveny nejčastěji z prutů válcovaného profilu, navzájem spojených svařováním, nýtováním popř. jiným způsobem vytvářejícím pevné spojení. Typickými příklady příhradových konstrukcí jsou stožáry, mosty, jeřáby apod. Pro správné dimenzování jednotlivých prutů příhradových konstrukcí je nutné znát síly, které v těchto prutech působí.

Výpočet sil v prutech je založen na předpokladu, že jednotlivé styčníky jsou provedeny jako klouby.

STATICKÁ A TVAROVÁ ÚRČITOST PŘÍHRADOVÝCH KONSTRUKCÍ

Statická určitost či neurčitost je dána druhem a počtem použitých podpor. Tato otázka byla řešena v kapitole **nosníky**.

Tvarová určitost či neurčitost příhradové konstrukce závisí na počtu prutů a styčníku a zjistí se pomocí vztahu:

$$p = 2 \cdot s - 3,$$

kde **p** je součet prutů příhradové konstrukce, **s** je počet styčníků příhradové konstrukce včetně podpor.

Příhradové konstrukce musí být konstruovány tak, aby se osy příslušných prutů protínaly v jednom bodě – styčníku. Pruty jsou pak namáhány pouze na tah nebo tlak.

Síly v prutech příhradové konstrukce lze řešit různými metodami. Zaměříme se pouze na metodu **styčnickovou**.

Každý styčník představuje z hlediska statiky soustavu sil se společným působištěm. Vyšetřování sil v prutech příhradových konstrukcí se proto převádí na řešení rovnováhy sil se společným působištěm. Jde o rovnováhu sil zatěžujících a sil v prutech. V podporách k tomu přistupují ještě síly vazbové. Pro řešení rovnováhy sil se společným působištěm máme k dispozici dvě statické podmínky rovnováhy:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ze dvou rovnic lze vypočítat pouze dvě neznámé. Proto musíme při výpočtu postupovat tak, abychom stále řešili pouze ty styčníky, ve kterých jsou nejvýše dvě neznámé síly v prutech.

STYČNÍKOVA METODA

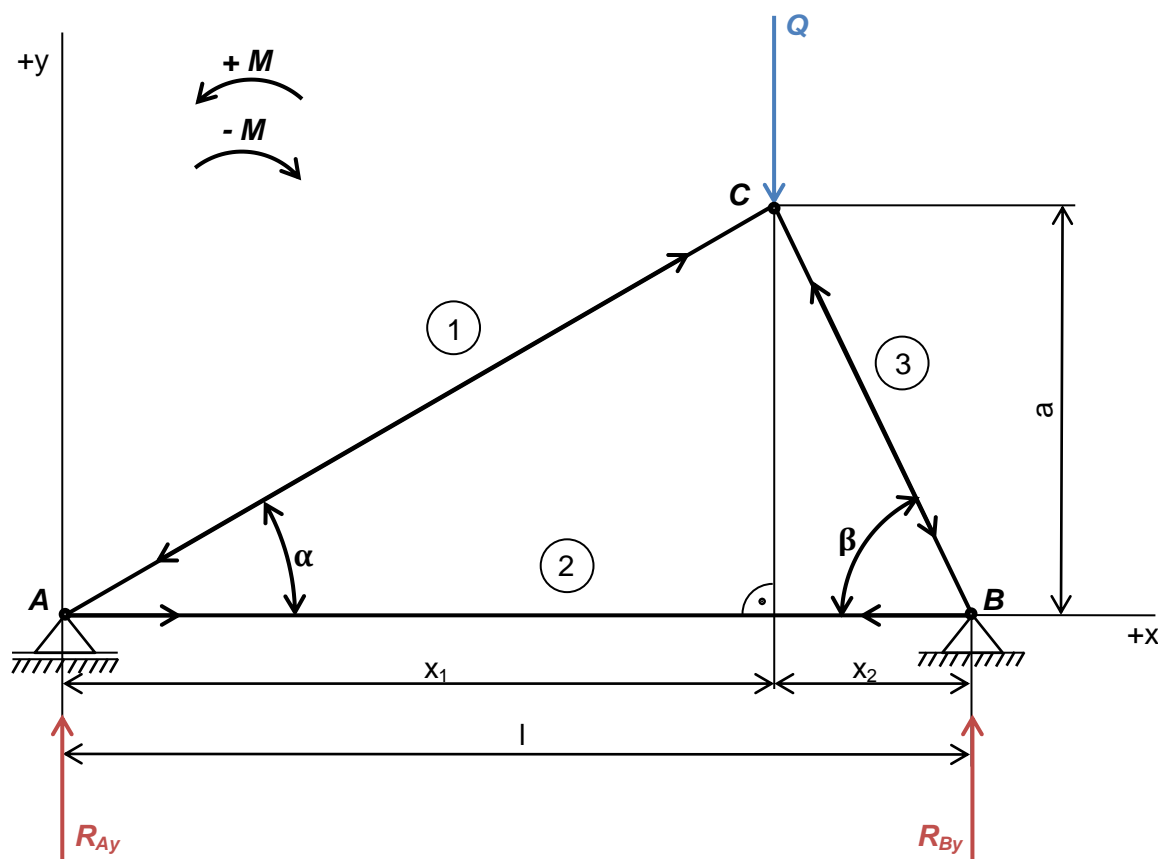
Obecný postup při matematickém řešení sil v prutech příhradových konstrukcí.

- 1) Zjistíme, zda příhradová konstrukce je staticky i tvarově určitá.
- 2) Zavedeme souřadnicový systém, vazbové síly zakreslíme do podpor příhradové konstrukce a zjistíme jejich velikost.
- 3) Řešení započneme v tom styčníku (podpoře), kde jsou pouze dvě neznámé síly v prutech.
- 4) Neznámé síly v prutech vypočteme pomocí dvou statických podmínek rovnováhy, přičemž při jejich sestavování předpokládáme, že všechny pruty jsou namáhány na **tah** – šipky směřují ze styčníku ven. Má-li vypočtená síla zápornou hodnotu, potom v příslušném prutě působí ve skutečnosti **tlak**.

ÚLOHA 1

Určete velikost a směr působení sil v prutech příhradové konstrukce pro zadané hodnoty:
 $Q = 10\,000\text{ N}$; $l = 4\text{ m}$; $a = 1,8\text{ m}$; $\alpha = 30^\circ$.

ŘEŠENÍ:



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{x_2} = \frac{1,8}{0,88} = 2,045 \Rightarrow \beta = 63,95^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{x_1}$$

$$x_1 = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1,8}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 3,12 \text{ m}$$

$$x_2 = l - x_1 = 4 - 3,12 = 0,88 \text{ m}$$

statická určitost

$$i = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot r - p$$

$$i = 3 \cdot (2 - 1) - 2 \cdot 1 - 1$$

$$i = 0$$

tvárová určitost

$$p = 2 \cdot s - 3$$

$$3 = 2 \cdot 3 - 3$$

$$3 = 3$$

Vazbovou sílu R_{By} určíme z momentové podmínky rovnováhy k bodu **A**:

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0$$

$$R_{By} \cdot l - Q \cdot x_1 = 0$$

$$R_{By} = \frac{Q \cdot x_1}{l} = \frac{10\,000 \cdot 3,12}{4} = 7\,800 \text{ N}$$

Vazbovou sílu R_{Ay} určíme z algebraického součtu všech sil působících ve směru osy **y**, který se rovná nule:

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

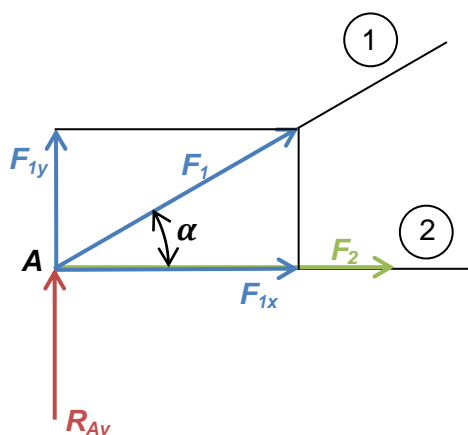
$$R_{Ay} - Q + R_{By} = 0$$

$$R_{Ay} = Q - R_{By} = 10\,000 - 7\,800 = 2\,200 \text{ N}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Síly v prutech příhradové konstrukce určíme **styčnickovou** metodou.

STYČNÍK – A



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_{1x} + F_2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$R_{Ay} + F_{1y} = 0$$

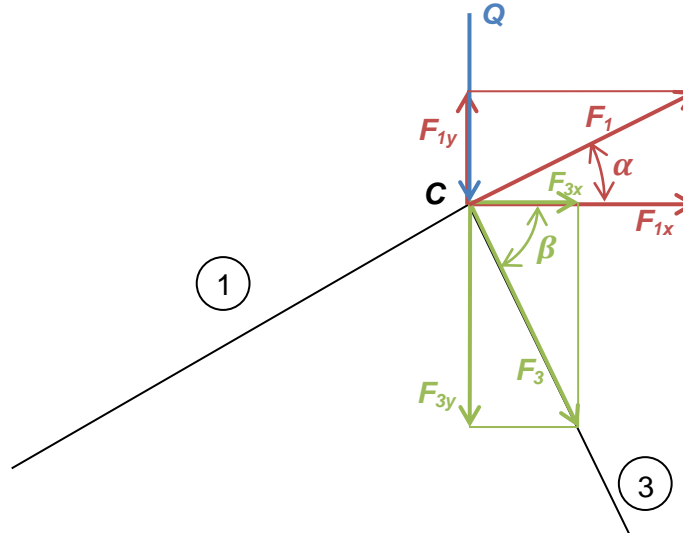
$$R_{Ay} + F_1 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$F_1 = -\frac{R_{Ay}}{\sin \alpha} = -\frac{2\,200}{\sin 30^\circ} = -4\,400 \text{ N}$$

$$F_2 = -F_{1x} = -F_1 \cdot \cos \alpha = -(-4\,400) \cdot \cos 30^\circ = 3\,810,5 \text{ N}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

STYČNÍK – C



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_{1x} + F_{3x} = 0$$

$$F_1 \cdot \cos \alpha + F_3 \cdot \cos \beta = 0$$

$$F_3 = \frac{-F_1 \cdot \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{-4\,400 \cdot \cos 30^\circ}{\cos 63,95^\circ} = -8\,676,9 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$F_{1y} - Q - F_{3y} = 0$$

$$F_1 \cdot \sin \alpha - Q - F_3 \cdot \sin \beta = 0$$

$$4\,400 \cdot \sin 30^\circ - 10\,000 - (-8\,676,9) \cdot \sin 63,95^\circ = 0$$

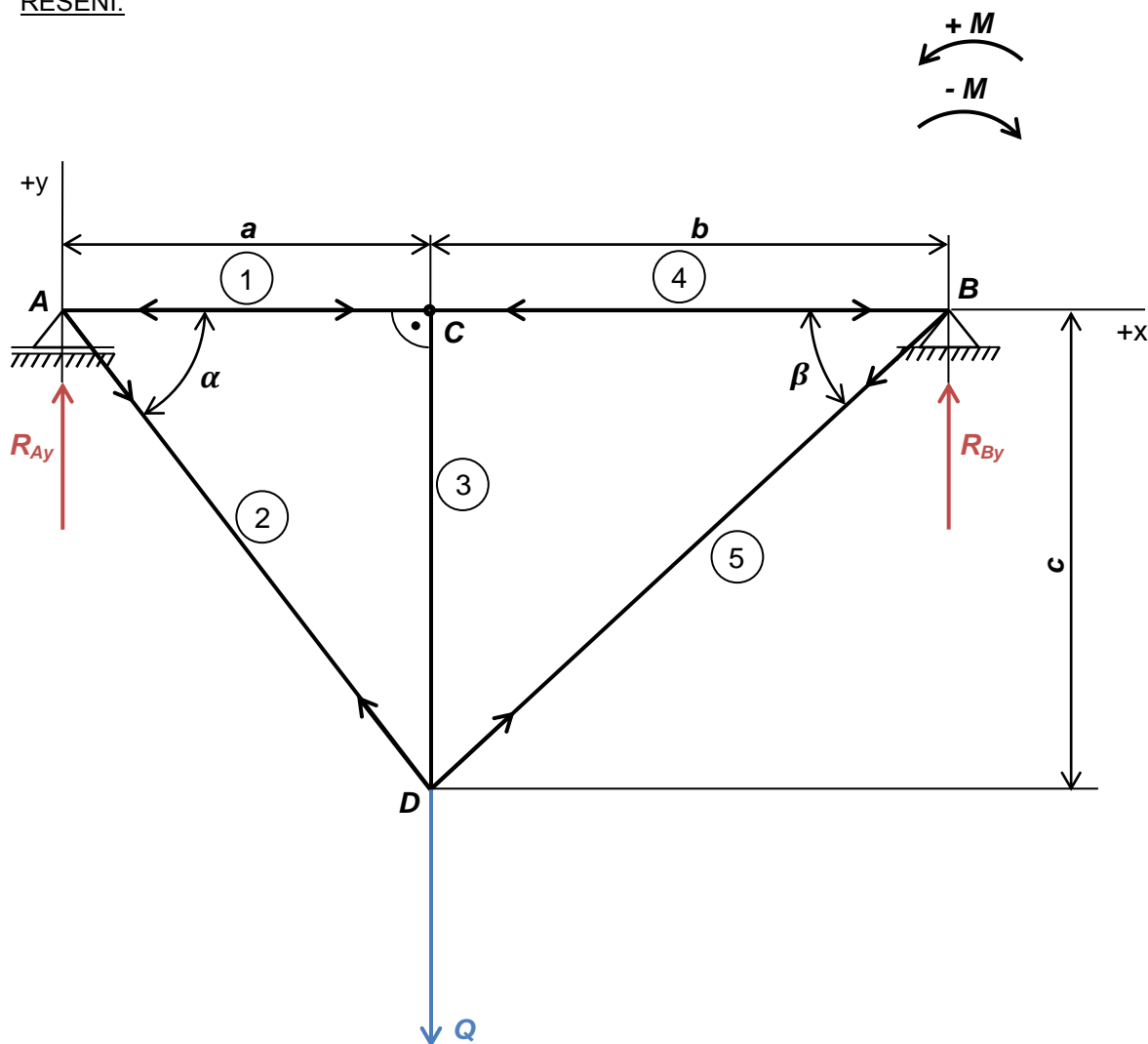
$$0 = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ÚLOHA 2

Určete velikost a směr působení sil v prutech příhradové konstrukce pro zadané hodnoty:
 $Q = 8\,600\text{ N}$; $a = 3,6\text{ m}$; $b = 6,8\text{ m}$; $c = 4,4\text{ m}$.

ŘEŠENÍ:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c}{a} = \frac{4,4}{3,6} = 1,222\,2 \Rightarrow \alpha = 50,7^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c}{b} = \frac{4,4}{6,8} = 0,647\,1 \Rightarrow \beta = 32,9^\circ$$

statická určitost

$$i = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot r - p$$

$$i = 3 \cdot (2 - 1) - 2 \cdot 1 - 1$$

$$i = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

tvarová určitost

$$p = 2 \cdot s - 3$$

$$5 = 2 \cdot 4 - 3$$

$$5 = 5$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0$$

$$R_{By} \cdot (a + b) - Q \cdot a = 0$$

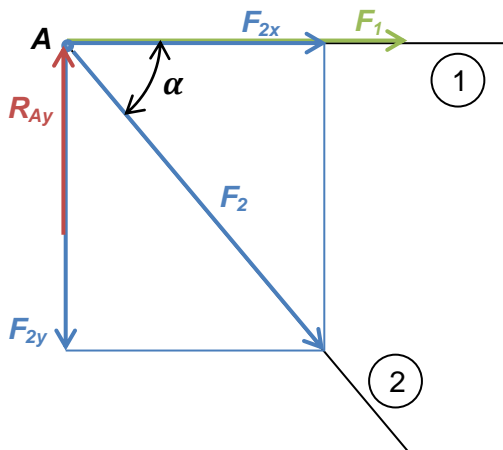
$$R_{By} = \frac{Q \cdot a}{a + b} = \frac{8\,600 \cdot 3,6}{3,6 + 6,8} = 2\,976,9 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$R_{Ay} - Q + R_{By} = 0$$

$$R_{Ay} = Q - R_{By} = 8\,600 - 2\,976,9 = 5\,623,1 \text{ N}$$

STYČNÍK – A



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_1 + F_{2x} = 0$$

$$F_1 + F_2 \cdot \cos \alpha = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

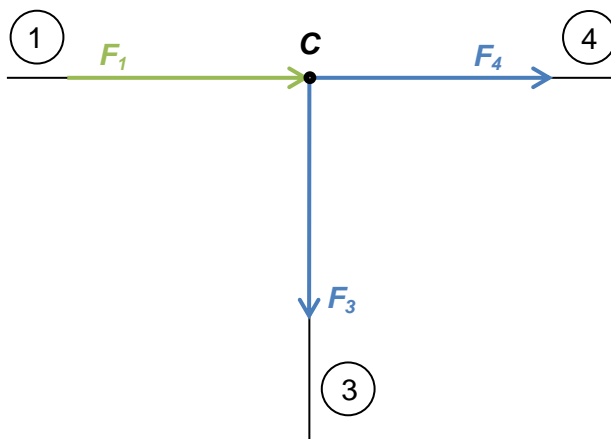
$$R_{Ay} - F_{2y} = 0$$

$$R_{Ay} - F_2 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$F_2 = \frac{R_{Ay}}{\sin \alpha} = \frac{5\,623,1}{\sin 50,7^\circ} = 7\,266,4 \text{ N}$$

$$F_1 = -F_2 \cdot \cos \alpha = -7\,266,4 \cdot \cos 50,7^\circ = -4\,602,4 \text{ N}$$

STYČNÍK – C



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_1 + F_4 = 0$$

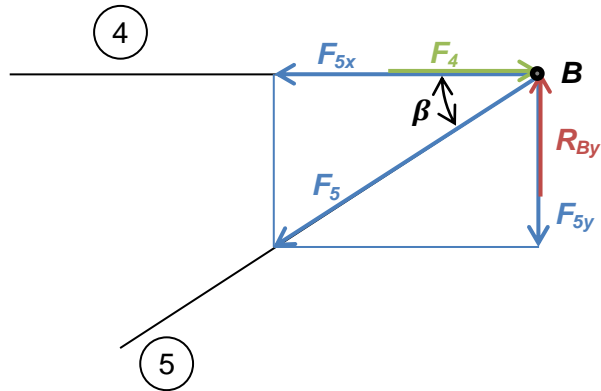
$$F_4 = -F_1 = -4\,602,4 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$F_3 = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

STYČNÍK – B



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_4 - F_{5x} = 0$$

$$F_4 - F_5 \cdot \cos \beta = 0$$

$$F_5 = \frac{F_4}{\cos \beta} = \frac{4\,602,4}{\cos 32,9} = 5\,481,5 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$R_{By} - F_{5y} = 0$$

$$R_{By} - F_5 \cdot \sin \beta = 0$$

$$2\,976,9 - 5\,481,5 \cdot \sin 32,9^\circ = 0$$

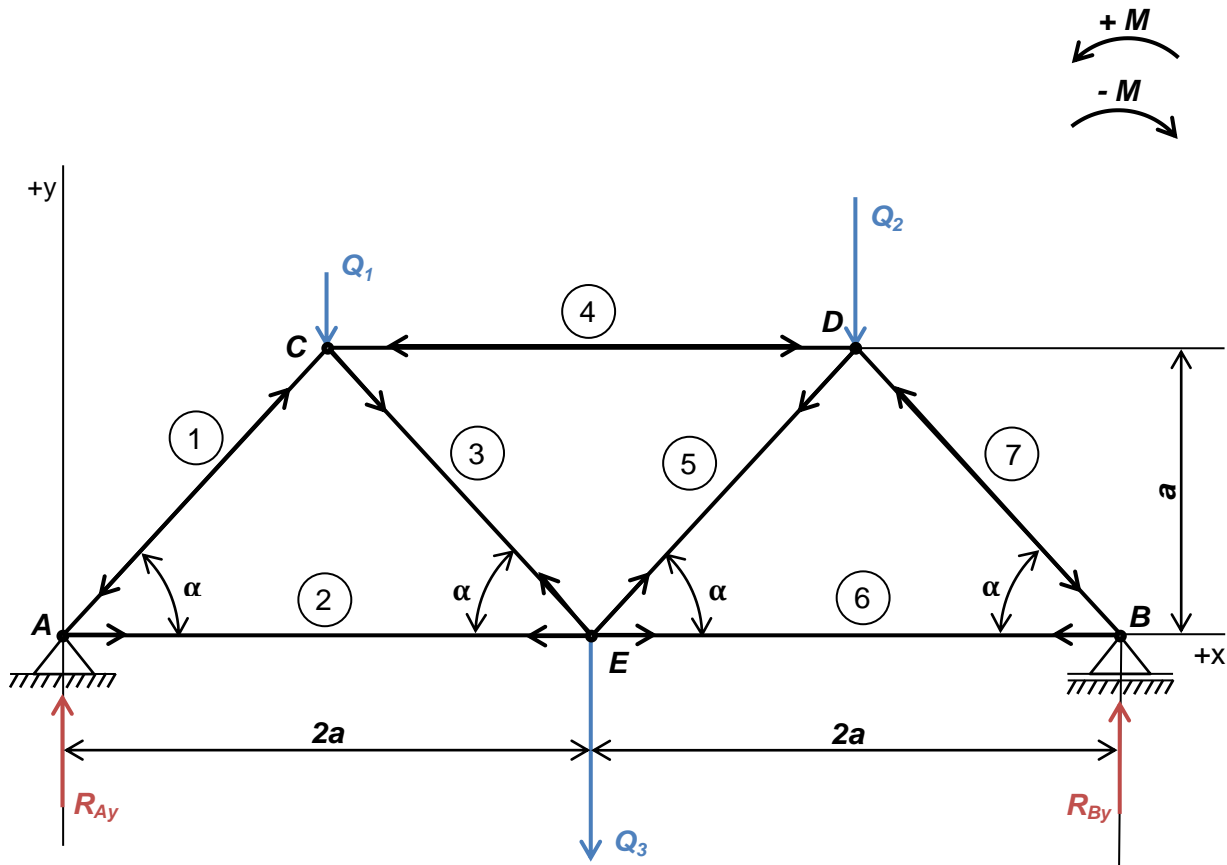
$$0 = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ÚLOHA 3

Určete velikost a směr působení sil v prutech příhradové konstrukce pro zadané hodnoty:
 $Q_1 = 1\ 000\ \text{N}$; $Q_2 = 2\ 000\ \text{N}$; $Q_3 = 3\ 000\ \text{N}$; $a = 2\ \text{m}$; $\alpha = 45^\circ$.

ŘEŠENÍ:



statická určitost

$$i = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot r - p$$

$$i = 3 \cdot (2 - 1) - 2 \cdot 1 - 1$$

$$i = 0$$

tvarová určitost

$$p = 2 \cdot s - 3$$

$$7 = 2 \cdot 5 - 3$$

$$7 = 7$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0$$

$$R_{By} \cdot 4 \cdot a - Q_2 \cdot 3 \cdot a - Q_3 \cdot 2 \cdot a - Q_1 \cdot a = 0$$

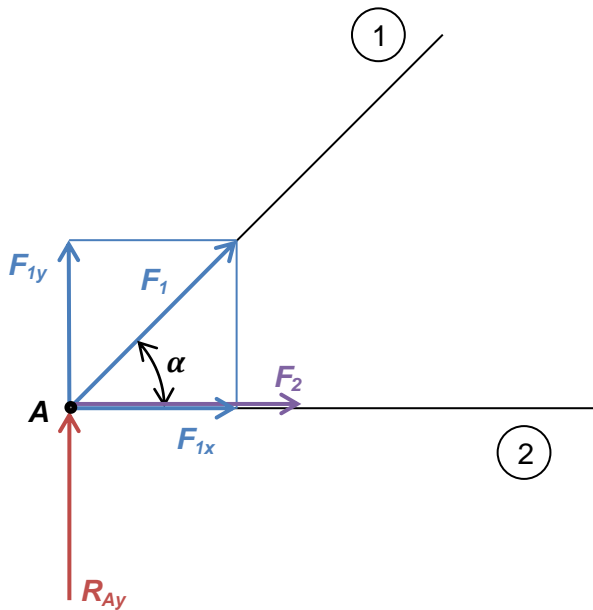
$$R_{By} = \frac{Q_2 \cdot 3 \cdot a + Q_3 \cdot 2 \cdot a + Q_1 \cdot a}{4 \cdot a} = \frac{2\,000 \cdot 6 + 3\,000 \cdot 4 + 1\,000 \cdot 2}{4 \cdot 2} = 3\,250 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$R_{Ay} - Q_1 - Q_2 - Q_3 + R_{By} = 0$$

$$R_{Ay} = Q_1 + Q_2 + Q_3 - R_{By} = 1\,000 + 2\,000 + 3\,000 - 3\,250 = 2\,750 \text{ N}$$

STYČNÍK – A



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_{1x} + F_2 = 0$$

$$F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 = 0$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

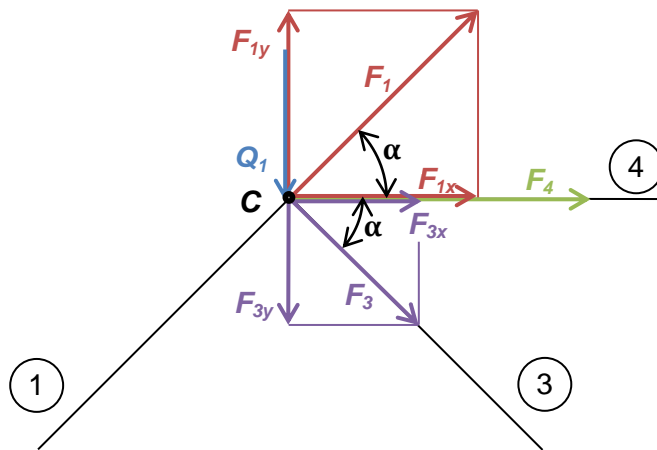
$$R_{Ay} + F_{1y} = 0$$

$$R_{Ay} + F_1 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$F_1 = -\frac{R_{Ay}}{\sin \alpha} = -\frac{2\,750}{\sin 45^\circ} = -3\,889,1 \text{ N}$$

$$F_2 = -F_1 \cdot \cos \alpha = -(-3\,889,1) \cdot \cos 45^\circ = 2\,750 \text{ N}$$

STYČNÍK – C



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_{1x} + F_{3x} + F_4 = 0$$

$$F_1 \cdot \cos \alpha + F_3 \cdot \cos \alpha + F_4 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$F_{1y} - Q_1 - F_{3y} = 0$$

$$F_1 \cdot \sin \alpha - Q_1 - F_3 \cdot \sin \alpha = 0$$

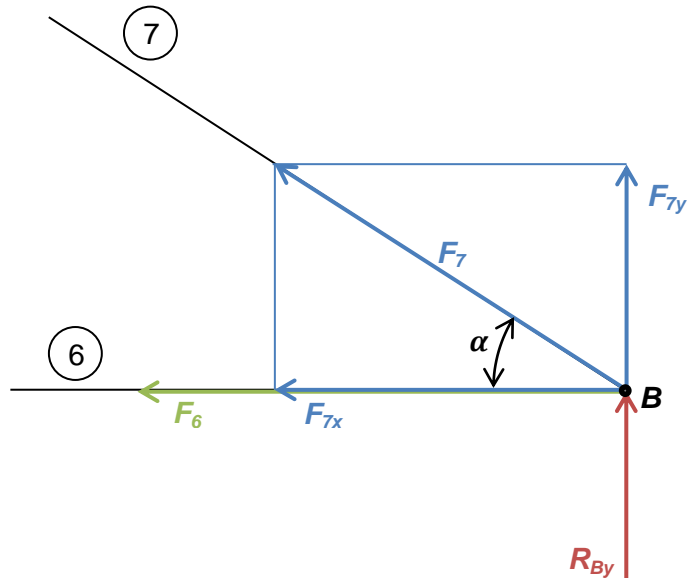
$$F_3 \cdot \sin \alpha = F_1 \cdot \sin \alpha - Q_1$$

$$F_3 = \frac{F_1 \cdot \sin \alpha - Q_1}{\sin \alpha} = \frac{3\,889,1 \cdot \sin 45^\circ - 1\,000}{\sin 45^\circ} = 2\,474,9 \text{ N}$$

$$F_4 = -F_1 \cdot \cos \alpha - F_3 \cdot \cos \alpha = -3\,889,1 \cdot \cos 45^\circ - 2\,474,9 \cdot \cos 45^\circ = -4\,500 \text{ N}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

STYČNÍK – B



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$\begin{aligned} -F_6 - F_{7x} &= 0 \\ -F_6 - F_7 \cdot \cos \alpha &= 0 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

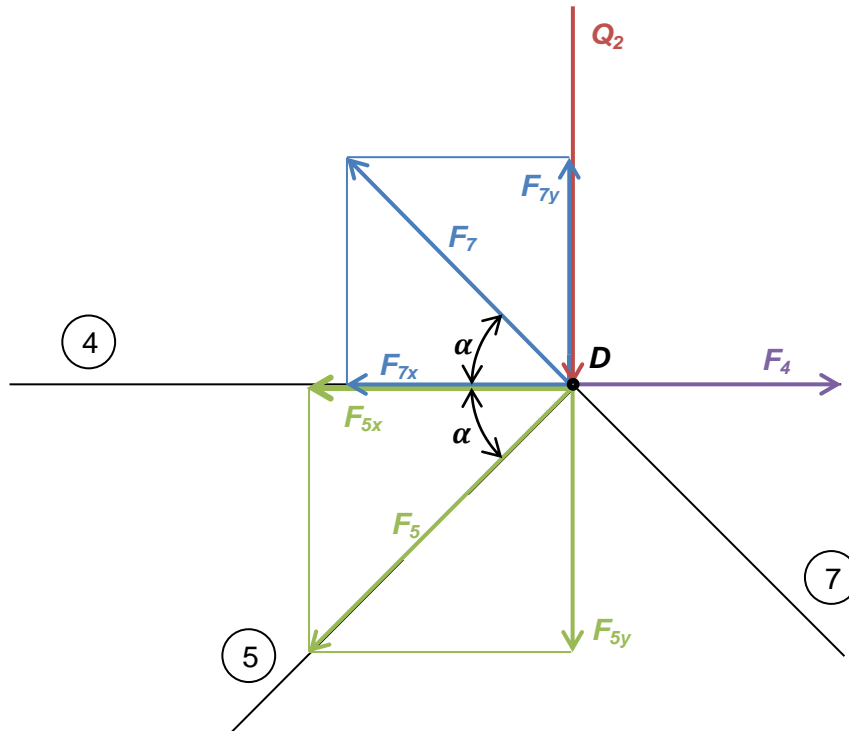
$$\begin{aligned} R_{By} + F_{7y} &= 0 \\ R_{By} + F_7 \cdot \sin \alpha &= 0 \end{aligned}$$

$$F_7 = -\frac{R_{By}}{\sin \alpha} = -\frac{3\,250}{\sin 45^\circ} = -4\,596,2 \text{ N}$$

$$F_6 = -F_7 \cdot \cos \alpha = -(-4\,596,2) \cdot \cos \alpha = 3\,250 \text{ N}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

STYČNÍK – D



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$$

$$F_4 - F_{5x} - F_{7x} = 0$$

$$F_4 - F_5 \cdot \cos \alpha - F_7 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F_5 = \frac{F_4 - F_7 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4\,500 - 4\,596,2 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1\,768 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

$$F_{7y} - Q_2 - F_{5y} = 0$$

$$F_7 \cdot \sin \alpha - Q_2 - F_5 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$4\,596,2 \cdot \sin 45^\circ - 2\,000 - 1\,768 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$0 = 0$$



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

POUŽITÁ LITERATURA

[1] SKÁLA, V. a STEJSKAL, V. Mechanika pro SPŠ nestrojnické. 3. vyd. Praha: SNTL, 1986. 207 s.

[2] SALABA, S. a MATĚNA, A. Mechanika I statika pro SPŠ strojnické. 1. vyd. Praha: SNTL, 1978. 138 s.