

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
<b>MECHANIKA</b>	<b>PRVNÍ</b>	<b>ŠČERBOVÁ M. PAVELKA V.</b>	<b>6. ŘÍJNA 2012</b>
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
<b>TĚŽIŠTĚ</b>			

A) TĚŽIŠTĚ SLOŽENÉ ROVINNÉ PLOCHY

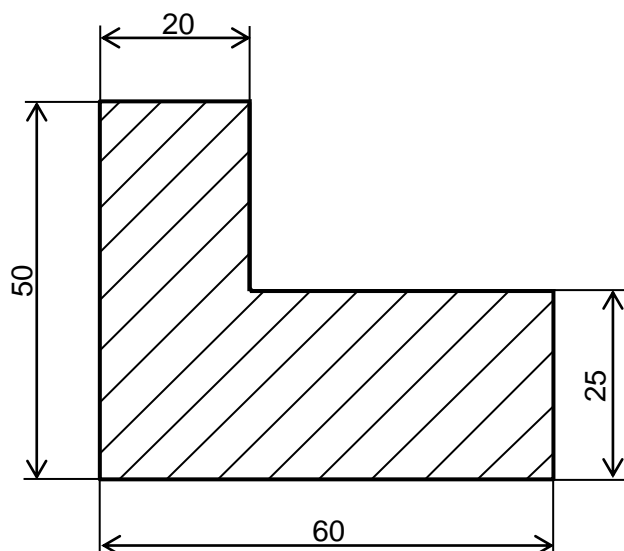
Obecný postup při matematickém řešení těžiště:

- 1) Složenou plochu vhodně umístíme do souřadnicového systému  $x-O-y$ .
- 2) Rozhodneme, zda složená plocha je, či není souměrná.
- 3) Složenou plochu rozložíme na jednotlivé dílčí plochy a určíme jejich těžiště.
- 4) Do těchto těžišť zavedeme síly, jejichž velikost odpovídá obsahu plochy (nebo její polovině – podle velikosti plochy lze zvolit i jiný poměr).  
U nesouměrné plochy zavedeme síly ve dvou směrech os  $x$  a  $y$ .  
U souměrné plochy zavedeme síly v jednom směru osy. (Síly budou kolmé k ose souměrnosti).  
Pokud je v ploše **otvor**, síla odpovídající velikosti plochy otvoru má **opačný smysl** než ostatní síly.
- 5) Určíme velikost výslednice sil jejich algebraickým součtem.
- 6) Polohu výslednice určíme pomocí momentové věty, podle které moment výslednice, např. k počátku souřadnicového systému, musí být stejný jako součet momentů jednotlivých sil.
- 7) Hledané těžiště leží na průsečíku souřadnic  $x_T$  a  $y_T$ .

ÚLOHA 1

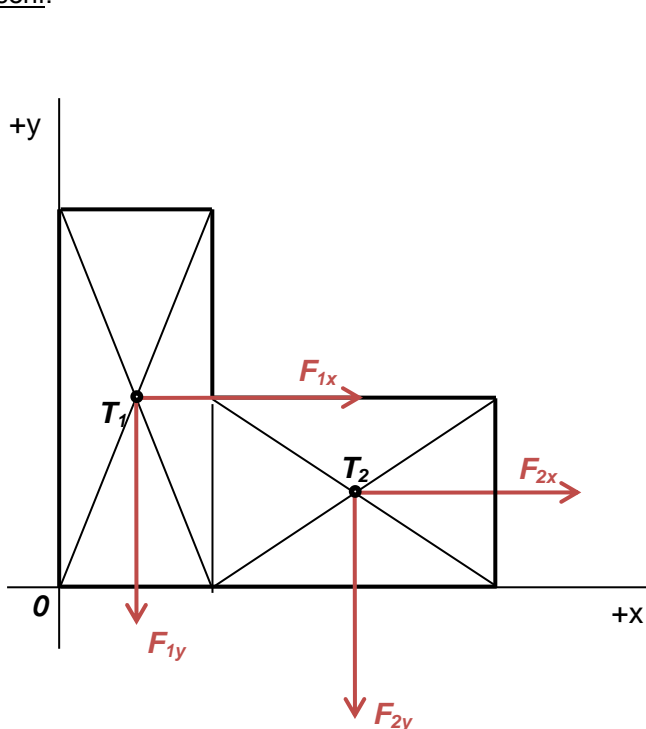
Určete polohu těžiště složené rovinné plochy.

- a) zadání rozměrů:



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) řešení:



$$F_{1x} = 50 \cdot 20 = 1\,000 \text{ N}$$

$$F_{1y} = -1\,000 \text{ N}$$

$$F_{2x} = 25 \cdot 40 = 1\,000 \text{ N}$$

$$F_{2y} = -1\,000 \text{ N}$$

$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x} = 1\,000 + 1\,000 = 2\,000 \text{ N}$$

$$F_{vy} = -F_{1y} - F_{2y} = -1\,000 - 1\,000 = -2\,000 \text{ N}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -F_{1x} \cdot 25 - F_{2x} \cdot \frac{25}{2}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -1\,000 \cdot 25 - 1\,000 \cdot \frac{25}{2}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -37\,500$$

$$-2\,000 \cdot y_T = -37\,500$$

$$y_T = \frac{-37\,500}{-2\,000} = 18,75 \text{ mm}$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -F_{1y} \cdot 10 - F_{2y} \cdot 40$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -1\,000 \cdot 10 - 1\,000 \cdot 40$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -50\,000$$

$$-2\,000 \cdot x_T = -50\,000$$

$$x_T = \frac{-50\,000}{-2\,000} = 25,00 \text{ mm}$$

$$T[x_T; y_T]$$

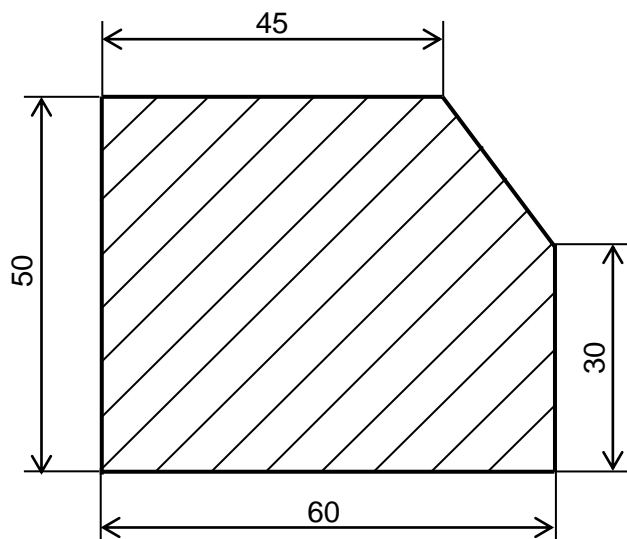
$$T[25,00; 18,75]$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

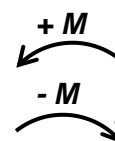
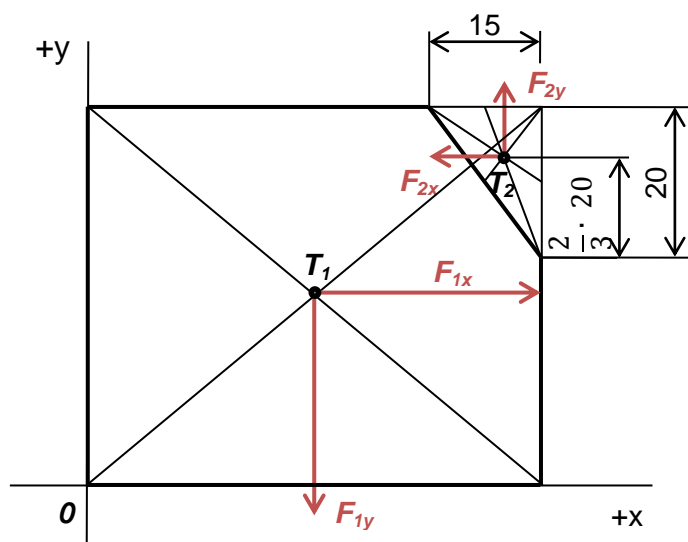
ÚLOHA 2

Určete polohu těžiště složené rovinné plochy.

a) zadání rozměrů:



b) řešení:



$$F_{1x} = 50 \cdot 60 = 3\,000 \text{ N}$$

$$F_{1y} = -3\,000 \text{ N}$$

$$F_{2x} = -\frac{20 \cdot 15}{2} = -150 \text{ N}$$

$$F_{2y} = 150 \text{ N}$$

$$F_{vx} = F_{1x} - F_{2x} = 3\,000 - 150 = 2\,850 \text{ N}$$

$$F_{vy} = -F_{1y} + F_{2y} = -3\,000 + 150 = -2\,850 \text{ N}$$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_{vx} \cdot y_T = -F_{1x} \cdot 25 + F_{2x} \cdot \left(30 + \frac{2}{3} \cdot 20\right)$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -3\,000 \cdot 25 + 150 \cdot \left(30 + \frac{2}{3} \cdot 20\right)$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -68\,500$$

$$-2\,850 \cdot y_T = -68\,500$$

$$y_T = \frac{-68\,500}{-2\,850} = 24,04 \text{ mm}$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -F_{1y} \cdot 30 + F_{2y} \cdot \left(60 - \frac{1}{3} \cdot 15\right)$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -3\,000 \cdot 30 + 150 \cdot \left(60 - \frac{1}{3} \cdot 15\right)$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -81\,750$$

$$-2\,850 \cdot x_T = -81\,750$$

$$x_T = \frac{-81\,750}{-2\,850} = 28,68 \text{ mm}$$

$T[x_T; y_T]$

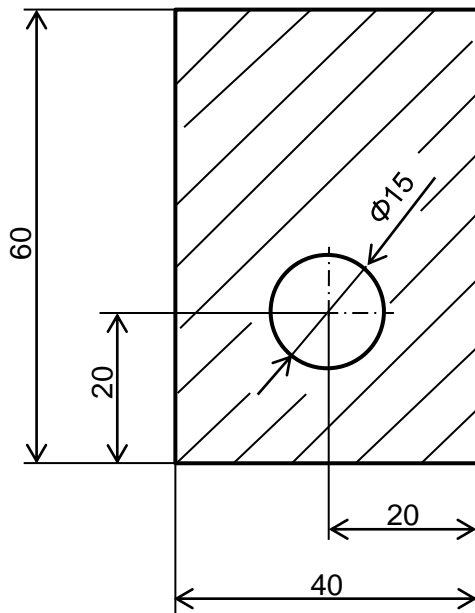
$T[28,68; 24,04]$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

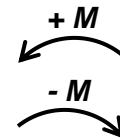
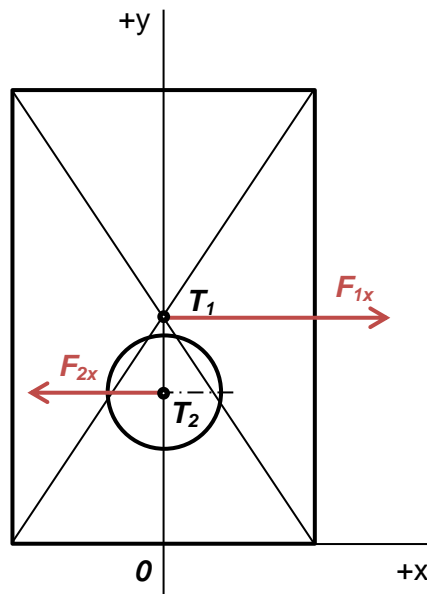
ÚLOHA 3

Určete polohu těžiště složené rovinné plochy.

a) zadání rozměrů:



b) řešení:



$$F_{1x} = 40 \cdot 60 = 2\,400 \text{ N}$$

$$F_{2x} = -\frac{\pi \cdot d^2}{4} = -\frac{\pi \cdot 15^2}{4} = -176,7 \text{ N}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_{vx} = F_{1x} - F_{2x} = 2400 - 176,7 = 2\,223,3 \text{ N}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -F_{1x} \cdot 30 + F_{2x} \cdot 20$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -2\,400 \cdot 30 + 176,7 \cdot 20$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -68\,466$$

$$-2\,223,3 \cdot y_T = -68\,466$$

$$y_T = \frac{-68\,466}{-2\,223,3} = 30,79 \text{ mm}$$

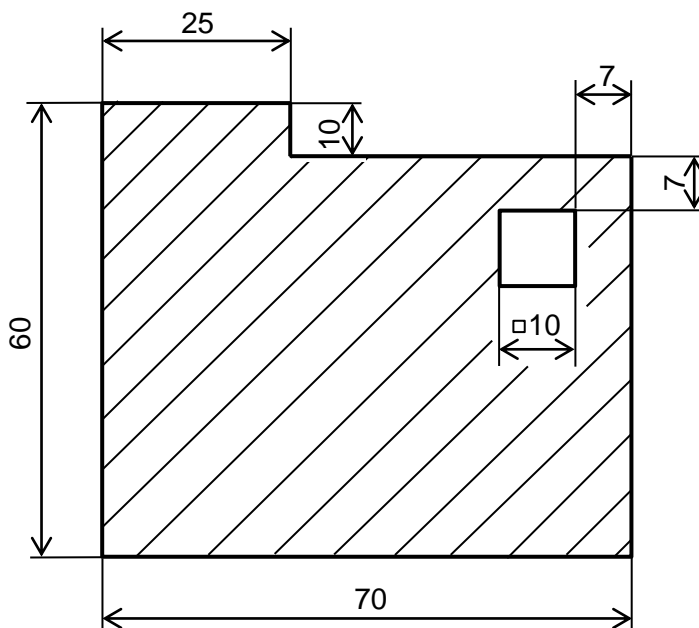
$$\underline{T[x_T; y_T]}$$

$$\underline{T[0; 30,79]}$$

ÚLOHA 4

Určete polohu těžiště složené rovinné plochy.

a) zadání rozměrů:



b) výsledek:  $\underline{T [32,83; 26,70]}$

POUŽITÁ LITERATURA

[1] SKÁLA, V. a STEJSKAL, V. Mechanika pro SPŠ nestrojnické. 3. vyd. Praha: SNTL, 1986. 207 s.

[2] SALABA, S. a MATĚNA, A. Mechanika I statika pro SPŠ strojnické. 1. vyd. Praha: SNTL, 1978. 138 s.