



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<i>Předmět:</i>	<i>Ročník:</i>	<i>Vytvořil:</i>	<i>Datum:</i>
MECHANIKA	PRVNÍ	ŠČERBOVÁ M. PAVELKA V.	16. ZÁŘÍ 2012
<i>Název zpracovaného celku:</i>			
TĚŽIŠTĚ			

TĚŽIŠTĚ

Těžiště T je bod, ve kterém si můžeme představit soustředěnou veškerou tíhu tělesa. Těžnice jsou přímky, které procházejí těžištěm a mají směr tíže. Má-li útvar (čára, plocha, těleso) osu souměrnosti, je osa souměrnosti těžnicí a těžiště leží na této ose souměrnosti. Má-li útvar dvě nebo tři osy souměrnosti, leží těžiště v jejich průsečíku.

Vyšetřování polohy těžiště se provádí na zjištění polohy dvou výslednic tíhových sil, působících ve dvou na sebe kolmých směrech. Jde tedy o zjištění polohy výslednice soustavy rovnoběžných sil.

Při řešení polohy těžiště rovinných útvarů je nutné si uvědomit, že tíhovou sílu reprezentuje u rovinné čáry její délka, u rovinné plochy její plošný obsah.

Každý geometrický útvar je možné rozložit na určitý počet základních geometrických útvarů.

Těžiště čar je velmi důležité pro určování polohy osy upínací stopky střížného nástroje u prostřihovadel.

A) TĚŽIŠTĚ SLOŽENÉ ROVINNÉ ČÁRY

Obecný postup při matematickém řešení těžiště:

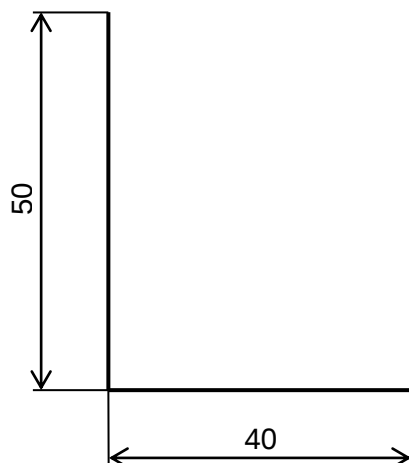
- 1) Složenou čáru vhodně umístíme do souřadnicového systému $x-0-y$.
- 2) Rozhodneme, zda složená čára je, či není souměrná.
- 3) Složenou čáru rozložíme na jednotlivé přímkové nebo kruhové úseky a určíme jejich těžiště.
- 4) Do těchto těžišť zavedeme síly, jejichž velikost odpovídá délce čáry (nebo její polovině – podle velikosti čáry lze zvolit i jiný poměr).
U nesouměrné čáry zavedeme síly ve dvou směrech os x a y .
U souměrné čáry zavedeme síly v jednom směru osy. (Síly budou kolmé k ose souměrnosti).
- 5) Určíme velikost výslednice sil jejich algebraickým součtem.
- 6) Polohu výslednice určíme pomocí momentové věty, podle které moment výslednice, např. k počátku souřadnicového systému, musí být stejný jako součet momentů jednotlivých sil.
- 7) Hledané těžiště leží na průsečíku souřadnic x_T a y_T .

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

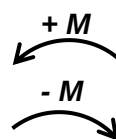
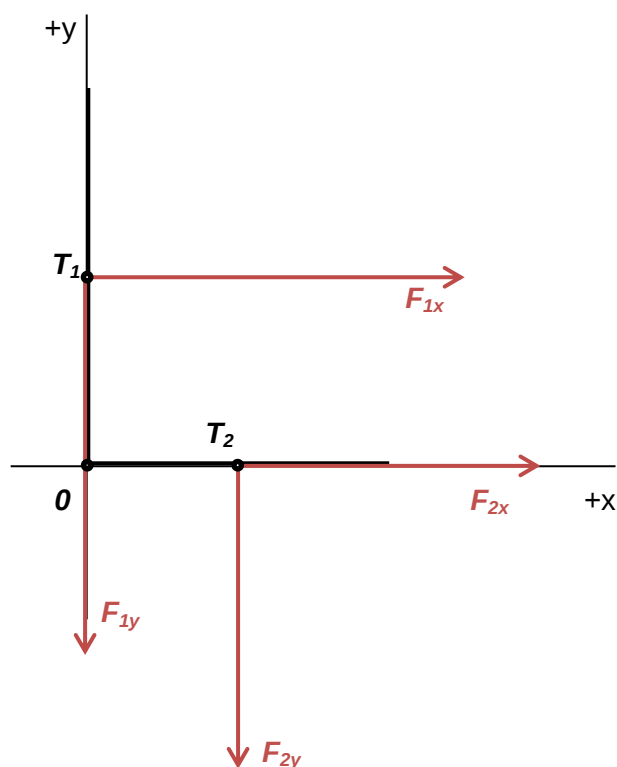
ÚLOHA 1

Určete polohu těžiště složené rovinné čáry.

a) zadání rozměrů:



b) řešení:



$$\begin{aligned} F_{1x} &= 50 \text{ N} \\ F_{1y} &= -50 \text{ N} \\ F_{2x} &= 40 \text{ N} \\ F_{2y} &= -40 \text{ N} \end{aligned}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x} = 50 + 40 = 90 \text{ N}$$

$$F_{vy} = -F_{1y} - F_{2y} = -50 - 40 = -90 \text{ N}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -F_{1x} \cdot 25$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -50 \cdot 25$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -1250$$

$$-90 \cdot y_T = -1250$$

$$y_T = \frac{-1250}{-90} = 13,89 \text{ mm}$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -F_{2y} \cdot 20$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -40 \cdot 20$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -800$$

$$-90 \cdot x_T = -800$$

$$x_T = \frac{-800}{-90} = 8,89 \text{ mm}$$

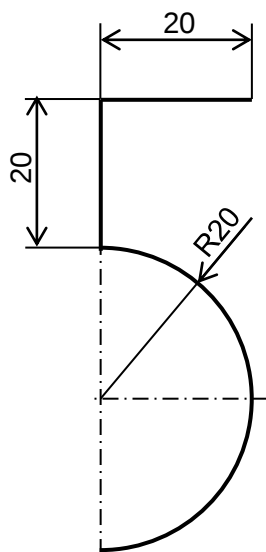
$$T[x_T; y_T]$$

$$T[8,89; 13,89]$$

ÚLOHA 2

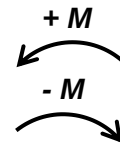
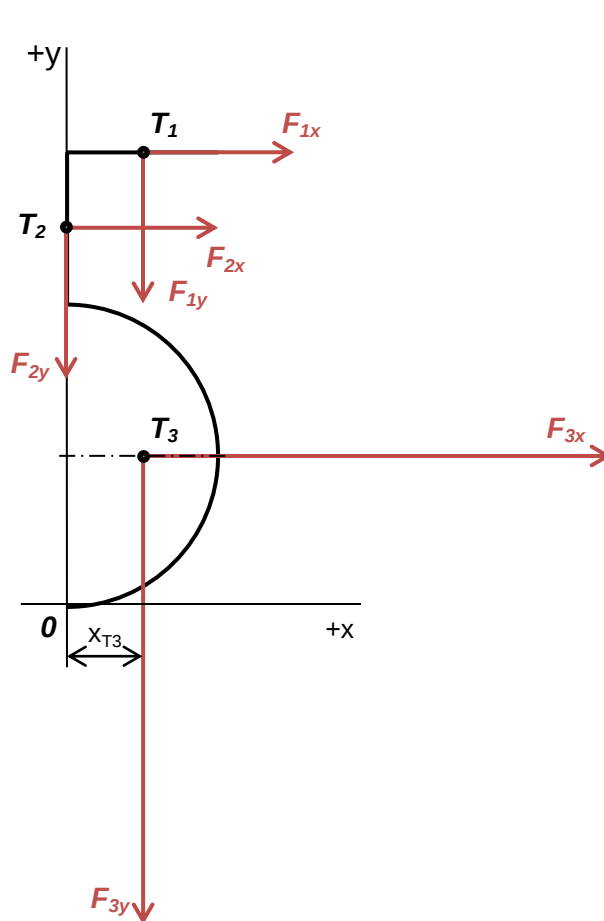
Určete polohu těžiště složené rovinné čáry.

a) zadání rozměrů:



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) řešení:



Těžiště půlkružnice

$$x_{T3} = \frac{2 \cdot R}{\pi} = \frac{2 \cdot 20}{\pi} = 12,74 \text{ mm}$$

$$F_{1x} = 20 \text{ N}$$

$$F_{1y} = -20 \text{ N}$$

$$F_{2x} = 20 \text{ N}$$

$$F_{2y} = -20 \text{ N}$$

$$F_{3x} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{2} =$$

$$= 62,8 \text{ N}$$

$$F_{3y} = -62,8 \text{ N}$$

$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 20 + 20 + 62,8 = 102,8 \text{ N}$$

$$F_{vy} = -F_{1y} - F_{2y} - F_{3y} = -20 - 20 - 62,8 = -102,8 \text{ N}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -F_{1x} \cdot 60 - F_{2x} \cdot 50 - F_{3x} \cdot 20$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -20 \cdot 60 - 20 \cdot 50 - 62,8 \cdot 20$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -3456$$

$$-102,8 \cdot y_T = -3456$$

$$y_T = \frac{-3456}{-102,8} = 33,62 \text{ mm}$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -F_{1y} \cdot 10 - F_{3y} \cdot 12,74$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -20 \cdot 10 - 62,8 \cdot 12,74$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -1000,072$$

$$-102,8 \cdot x_T = -1000,072$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$x_T = \frac{-1000,072}{-102,8} = 9,73 \text{ mm}$$

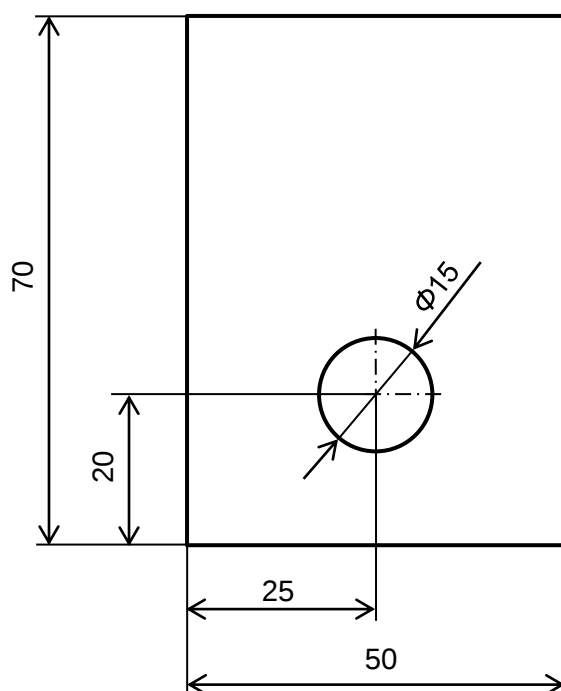
$T[x_T; y_T]$

$T[9,73; 33,62]$

ÚLOHA 3

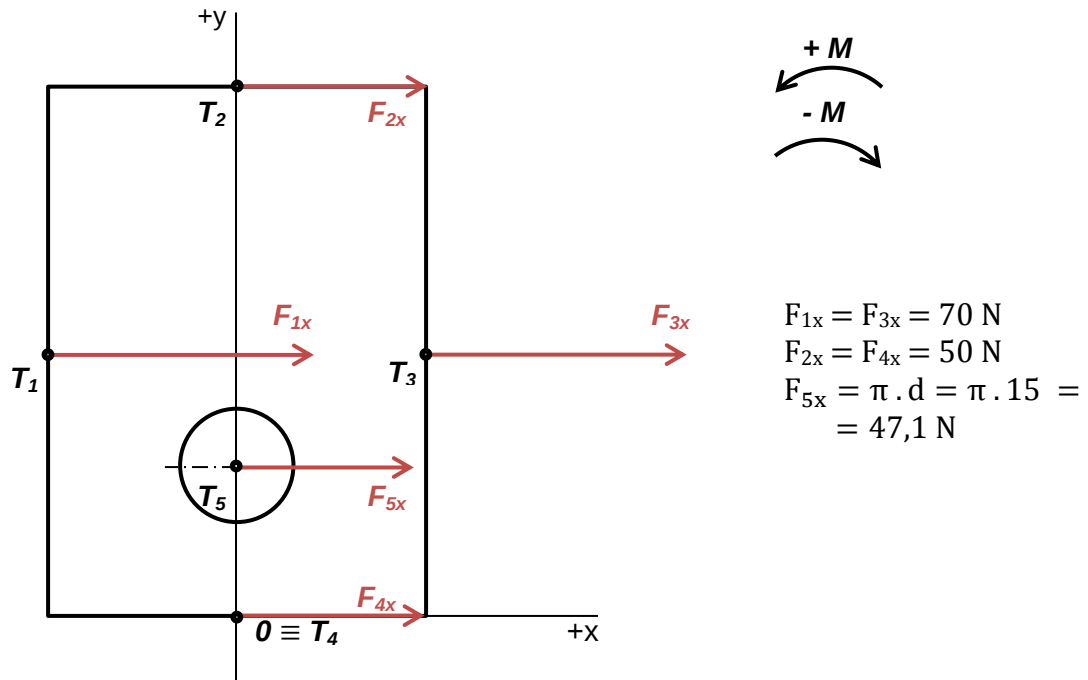
Určete polohu těžiště složené rovinné čáry.

a) zadání rozměrů:



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

b) řešení:



$$F_{vx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} = 70 + 50 + 70 + 50 + 47,1 = 287,1 \text{ N}$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -F_{1x} \cdot 35 - F_{2x} \cdot 70 - F_{3x} \cdot 35 - F_{5x} \cdot 20$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -70 \cdot 35 - 50 \cdot 70 - 70 \cdot 35 - 47,1 \cdot 20$$

$$F_{vx} \cdot y_T = -9\,342$$

$$-287,1 \cdot y_T = -9\,342$$

$$y_T = \frac{-9\,342}{-287,1} = 32,54 \text{ mm}$$

$$T[x_T; y_T]$$

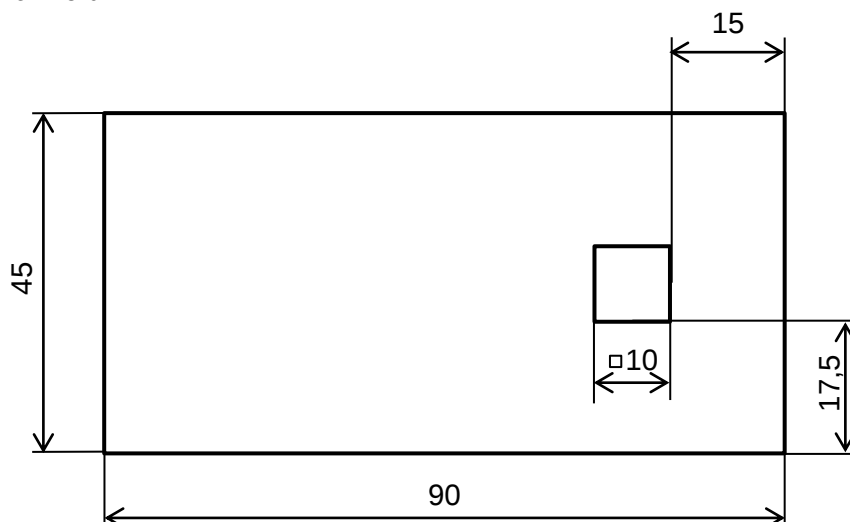
$$T[0; 32,54]$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

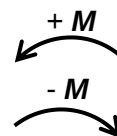
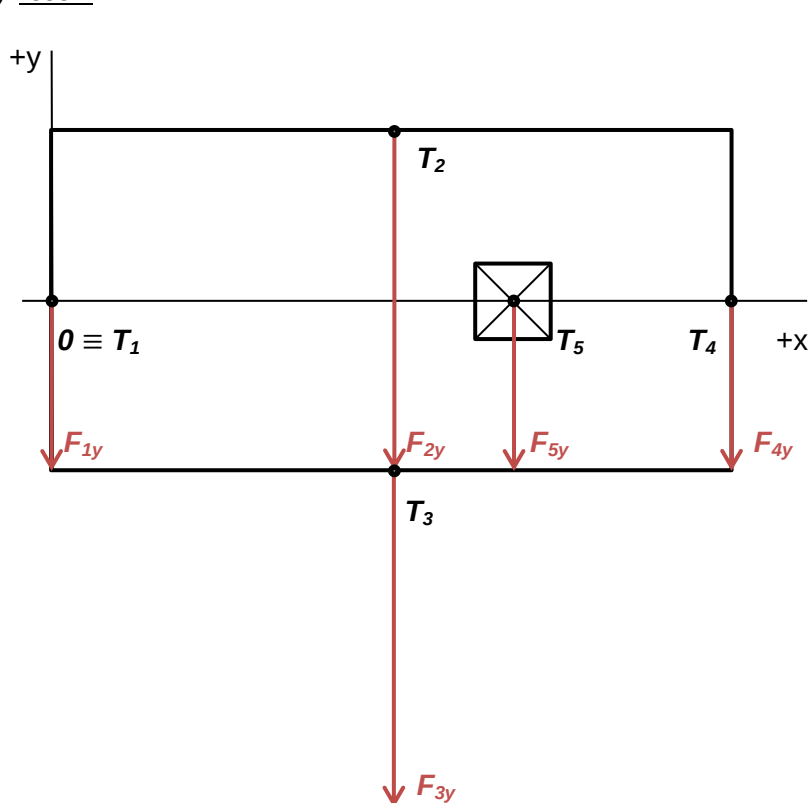
ÚLOHA 4

Určete polohu těžiště složené rovinné čáry.

a) zadání rozměrů:



b) řešení:



$$F_{1y} = F_{4y} = -45 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_{3y} = -90 \text{ N}$$

$$F_{5y} = -4 \cdot 10 = -40 \text{ N}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$F_{vy} = -F_{1y} - F_{2y} - F_{3y} - F_{4y} - F_{5y} = -45 - 90 - 90 - 45 - 40 = -310 \text{ N}$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -F_{2y} \cdot 45 - F_{3y} \cdot 45 - F_{4y} \cdot 90 - F_{5y} \cdot 70$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -90 \cdot 45 - 90 \cdot 45 - 45 \cdot 90 - 40 \cdot 70$$

$$F_{vy} \cdot x_T = -14\,950$$

$$-310 \cdot x_T = -14\,950$$

$$x_T = \frac{-14\,950}{-310} = 48,23 \text{ mm}$$

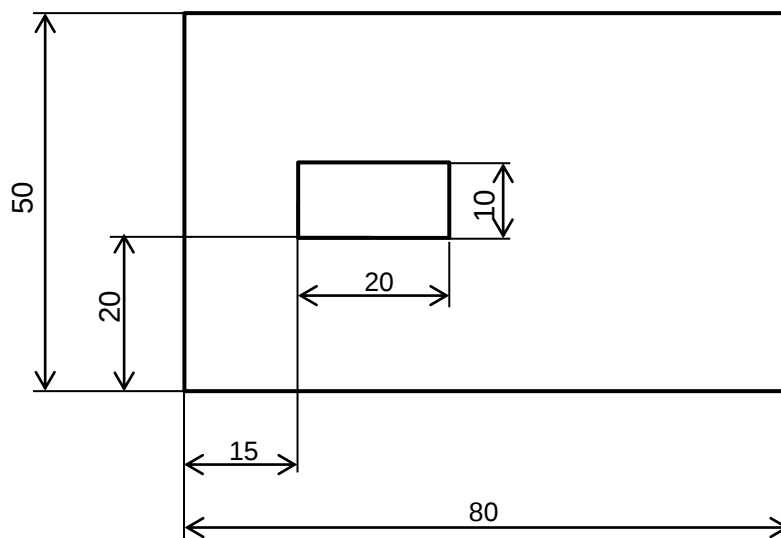
$$T[x_T; y_T]$$

$$T[48,23; 0]$$

ÚLOHA 5

Určete polohu těžiště složené rovinné čáry.

a) zadání rozměrů:



b) výsledek: $T[37,19; 0]$

POUŽITÁ LITERATURA

[1] SKÁLA, V. a STEJSKAL, V. Mechanika pro SPŠ nestrojnické. 3. vyd. Praha: SNTL, 1986. 207 s.

[2] SALABA, S. a MATĚNA, A. Mechanika I statika pro SPŠ strojnické. 1. vyd. Praha: SNTL, 1978. 138 s.